

UNA LEGGENDA

Un arabo lascia in eredità ai suoi tre figli 11 cammelli



da dividersi come segue:

- al primo figlio devono andare la metà dei cammelli: $\frac{11}{2}$;
- al secondo figlio devono andare un quarto dei cammelli: $\frac{11}{4}$;
- al terzo figlio devono andare un sesto dei cammelli: $\frac{11}{6}$.

I tre fratelli non riuscendo a dividersi i cammelli lasciati in eredità dal padre (il numero 11 è dispari e quindi non è divisibile per 2, per 4 e per 6) ricorrono al giudice il quale rimane perplesso come i tre fratelli ... poi ha il lampo di genio e dice: “*conosco uno che ha molti cammelli e me ne faccio prestare uno*”, così la divisione per 2, per 4 e per 6 è possibile:

- al primo figlio va la metà dei cammelli: $\frac{12}{2} = 6$;
- al secondo figlio va un quarto dei cammelli: $\frac{12}{4} = 3$;
- al terzo figlio va un sesto dei cammelli: $\frac{12}{6} = 2$.

I tre fratelli sono tutti contenti perché hanno avuto, a loro parere, più di ciò che si aspettassero, ma risulta:

$$6 + 3 + 2 = 11;$$

allora rimane un cammello che il giudice ritorna al legittimo proprietario.

DOMANDA. Quale è la soluzione razionale?

SOLUZIONE.

► Ovviamente la precedente soluzione è un paradosso ... cerchiamo di trovare una soluzione plausibile.

La somma delle quote di spettanza ai tre fratelli danno per somma

$$\frac{11}{2} + \frac{11}{4} + \frac{11}{6} = \frac{11 \cdot 6 + 11 \cdot 3 + 11 \cdot 2}{12} = \frac{121}{12} \cong 10.08333333 \cong 10$$

Allora vanno distribuiti anche gli $\frac{11}{12}$ di cammello "avanzati" (infatti $\frac{121}{12} + \frac{11}{12} = \frac{132}{11} = 11$) quindi:

- al primo figlio va $\frac{11}{12}$ di cammello diviso 2, da aggiungere alla quota prevista dal padre, cioè $\frac{11}{2}$:

$$\frac{\frac{11}{12}}{2} + \frac{11}{12} = \frac{143}{24} \cong 5.958333333 \cong 6$$

- al secondo figlio va $\frac{11}{12}$ di cammello diviso 4, da aggiungere a $\frac{11}{4}$:

$$\frac{\frac{11}{12}}{4} + \frac{11}{12} = \frac{143}{48} \cong 2.979166666 \cong 3$$

- al terzo figlio va $\frac{11}{12}$ di cammello diviso 6, da aggiungere a $\frac{11}{6}$:

$$\frac{\frac{11}{12}}{6} + \frac{11}{12} = \frac{143}{72} \cong 1.986111111 \cong 2.$$

Viene così rispettato il documento di eredità.

► **Ritorno sulla leggenda**, provando la suddivisione su 17 cammelli secondo il seguente testamento:

- al primo figlio devono andare la metà dei cammelli: $\frac{17}{2}$;
- al secondo figlio devono andare la terza parte dei cammelli: $\frac{17}{3}$;
- al terzo figlio devono andare la nona parte dei cammelli: $\frac{17}{9}$.

Aggiungendo un cammello, la suddivisione testamentaria va sul numero 18 e a ciascun figlio spettano rispettivamente 9, 6, 2 cammelli la cui somma è la totalità dei cammelli in eredità, cioè 17.

Anche qui si ripete il fatto avvenuto per il precedente caso degli 11 cammelli.

SPIEGAZIONE DI QUESTO STRANO FATTO.

Ed ecco il trucco di questo tipo di problema: il trucco sta nel fatto che le frazioni indicate per la suddivisione prevista dal testamento non porge l'**unità**, ovvero il **100%**:

- nel caso degli 11 cammelli, è:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{6+3+2}{12} = \frac{11}{12}$$

- nel caso dei 17 cammelli, è:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9+6+2}{18} = \frac{17}{18}$$

Il fenomeno si verifica ogni volta che la **somma delle frazioni delle quote è minore di 1**. L'atto di aggiungere un cammello serve a creare un denominatore comune che semplifica la divisione, trasformando le frazioni in numeri interi senza decimali. Poiché la somma delle frazioni è sempre *inferiore* all'unità, quando si distribuiscono queste frazioni del numero maggiorato (ad esempio, 12 o 18), la somma delle parti distribuite sarà sempre esattamente il numero originale di cammelli. Il "cammello extra" è semplicemente un catalizzatore matematico che rende il problema risolvibile con numeri interi, e alla fine non è mai realmente parte dell'eredità.

È un pertanto un classico esempio di come un approccio "creativo" possa risolvere un problema apparentemente impossibile, sfruttando una sottigliezza matematica!

Questo "fatto" si verifica, come prima detto, perché le frazioni dell'eredità **non porgono per somma 1**. In altre parole, la somma delle quote ereditarie è minore dell'intero patrimonio. Aggiungere un cammello (portando il totale a un numero che sia un multiplo comune dei denominatori delle frazioni) permette di calcolare quote intere di cammelli per ciascun figlio. La somma di queste quote intere risulta essere uguale al numero originale di cammelli, lasciando "**avanzare**" il cammello aggiunto.

È un brillante esempio di come una prospettiva diversa (un piccolo prestito) possa risolvere un problema apparentemente impossibile, **sfruttando una sottile incongruenza matematica nelle richieste iniziali**.

OSSERVAZIONE.

La matematica sorprende sempre ... si poteva evitare sia la così detta "soluzione razionale" quanto l'escamotage del cadi arabo.

Bastava usare il metodo di soluzione mediante il **tre composto** che è una tecnica matematica utilizzata per risolvere problemi in cui sono presenti **più di due grandezze direttamente o inversamente proporzionali** tra loro.

Allo scopo provo uno dei sei casi, per esempio quello riguardante il secondo figlio nel caso degli 11 cammelli, indicando con x , y , z le spettanze rispettivamente al primo, secondo, terzo figlio si ha la seguente proporzione:

$$(x + y + z) : \left(\frac{11}{2} + \frac{11}{4} + \frac{11}{6} \right) = y : \frac{11}{4}$$

ma $x + y + z = 11$, pertanto è:

$$11 : \frac{66 + 33 + 22}{12} = y : \frac{11}{4}$$

$$11 : \frac{121}{12} = y : \frac{11}{4}$$

ricordiamo che in una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi:

$$\frac{121}{12} \cdot y = \frac{11}{4} \cdot 11$$

da cui

$$y = \frac{12}{4} = 3,$$

In modo analogo è per tutti gli altri.