

PROBLEMA

Calcolare la latitudine vera φ_v di un osservatore che si trova in latitudine stimata $\varphi_s = 49^\circ 40.8' N$.

Egli rileva Eltanin della costellazione del Dragone di declinazione $\delta = 51^\circ 29.4' N$ al suo passaggio al meridiano inferiore dell'osservatore stesso.

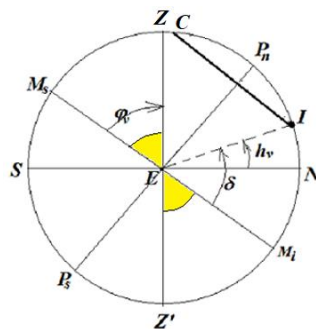
Di tale osservazione risulta un'altezza vera $h_v = 11^\circ 12.5'$.

SOLUZIONE

Non ricordo l'anno in cui tale problema fu assegnato in una prova suppletiva d'esame di Stato, ma era abbastanza significativo perché faceva riferimento ad un ordine impartito dal comandante della nave al terzo ufficiale, di guardia in plancia, (visto il fenomeno astronomico che stava avverandosi) di controllare la latitudine.

La soluzione è molto semplice:

1. Mediante l'uso grafico, ovvero con l'uso della **proiezione ortografica meridiana**, detta anche **proiezione perpendicolare meridiana** (paroloni: altro non è che la proiezione della sfera celeste sul circolo meridiano dell'osservatore, ovvero ciò che un ipotetico osservatore vedrebbe dall'infinito nella direzione EW o WE, a seconda dell'emisfero considerato). In questa proiezione si possono riportare fedelmente le misure delle altezze, declinazioni e latitudini e quindi delle distanze zenitali, distanze polari e colatitudini.



Come si vede, la somma:

- della latitudine dell'osservatore $\varphi_v = \text{arco } Z'M_i$ (angoli. di colore giallo, opposti al vertice),
- della declinazione dell'astro M_iI ,
- della distanza zenitale IZ (non segnata in figura),

in questa circostanza astronomica, è uguale all'angolo piatto, per cui il problema risulta immediatamente appianato mediante l'equazione

$$\varphi_v + \delta + z_v = 180^\circ, \quad (1)$$

che va risolta rispetto all'incognita φ_v ; dai dati del testo, è:

$$\varphi_v = 180^\circ - \delta - z_v = 49^\circ 43.6' N$$

2. Mediante la trigonometria: dal teorema di Eulero:

$$\cos z_v = \cos c_v \cdot \cos p + \sin c_v \cdot \sin p \cdot \cos \hat{P} , \quad (2)$$

essendo $\hat{P} = 180^\circ$ (triangolo degenere di posizione: passaggio astro meridiano inferiore dell'osservatore),

ottengo l'equazione:

$$\cos z_v = \cos c_v \cdot \cos p - \sin c_v \cdot \sin p \quad (3)$$

Come sempre, la matematica non si smentisce mai; e, gli studenti che criticano sempre i docenti di matematica per le valutazioni ricevute, non si rendono conto quanta poca matematica sappiano, infatti, in generale, hanno difficoltà a risolvere problemi che escono fuori dagli “*schemi*”. Tornando al problema, per una delle relazioni di *addizione di archi*, è:

$$\cos z_v = \cos(c_v + p) . \quad (4)$$

Ricordando ancora che due coseni sono uguali quando i loro argomenti sono uguali od opposti (a meno di giri completi), posso scrivere le risolventi della (4)

$$z_v = \pm(c_v + p) + k \cdot 360^\circ , \text{ con } k \text{ numero intero relativo, cioè: } k \in \mathbb{Z} .$$

Per il caso in oggetto, è

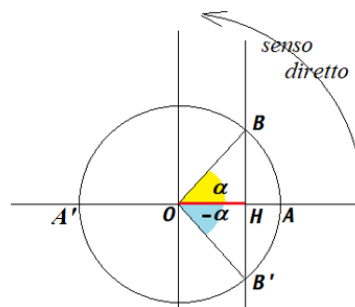
$$z_v = c_v + p .$$

ovvero

$$z_v = 90^\circ - \varphi_v + 90^\circ - \delta$$

da cui la (1)

NOTA: la seguente figura riporta due angoli “*opposti*” (*) sulla circonferenza goniometrica



così da poter giustificare quanto detto prima.

(*) si dicono angoli opposti perché la loro ampiezza è rispettivamente uguale agli archi AB e AB' che sono opposti rispetto al “*senso diretto*” scelto.

La frase che continuava a dire il mio professore di Astronomia Generale e Sferica, prof. Russo Aniello: “*uno conosce l’astronomia sferica solo quando ha bene in testa la sfera celeste*”, la faccio mia, trasportandola in goniometria “*uno conosce la goniometria solo quando ha bene in testa la circonferenza goniometrica*”.

Dalla figura della circonferenza goniometrica, è:

$$OH = \cos \alpha = \cos(-\alpha).$$

OSSERVAZIONE. Nel terzo anno gli allievi studiano la goniometria e imparano a risolvere alcuni tipi di equazioni goniometriche. La (3) è una *equazione lineare in seno e coseno* il cui argomento è φ_v ; quindi avrebbe potuto essere risolta con le seguenti posizioni

$$\cos c_v = x \quad \text{e} \quad \sin c_v = y,$$

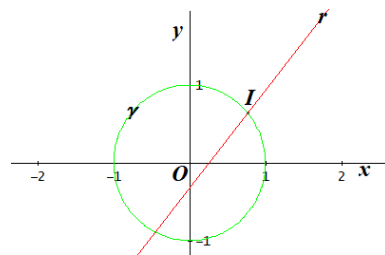
così che la (3) diventa

$$\cos z_v = x \cdot \cos p - y \cdot \sin p,$$

che è l'equazione della retta r ; la metto a sistema con l'equazione della circonferenza goniometrica γ

$$x^2 + y^2 = 1.$$

Mediante **Derive**, risolvo il problema senza riportare tutti i passaggi, ed ottengo il seguente grafico



Le coordinate del punto I di intersezione *retta-circonferenza* è:

$$I = [0.7628752483, 0.6465457098]$$

L'ascissa è il coseno della *colatitudine vera*, quindi con la funzione inversa del coseno, ne ottengo il valore, in gradi:

$$\text{ARCCOS}(0.7628752483) = 40.28166668$$

Mediante il complemento determino la *Latitudine vera*, anch'essa espressa in gradi:

$$90 - 40.28166668 = 49.71833331$$

che ovviamente ha nome NORD.

Le piccole differenze tra i risultati ottenuti con i diversi metodi dipendono dalle approssimazioni effettuate.