IL NOME “CARLO” È MOLTO GETTONATO TRA I MATEMATICI?

L'idea di esplorare il "club" dei matematici di nome Carlo è nata da un cordiale scambio di auguri di onomastico, in particolare con Carlo Dapueto (docente del DIMA di Genova). Ormai da anni, il 4 novembre, io e Carlo Dapueto celebriamo San Carlo con un reciproco augurio. Fu proprio in occasione del nostro scambio del 2020 che, nel mio messaggio, citai due giganti come Carl Gauss e Carlo Miranda (mio professore di analisi all’Università Navale di Napoli). La sua risposta, sorprendendomi con un riferimento a Carlo Marx, ha fatto scattare in me una domanda spontanea: **quanti matematici di nome Carlo hanno calcato e calcano le scene della matematica?** Deciso a trovare una risposta, ho intrapreso questa ricerca, i cui frutti troverete di seguito.

Matematici, di nome Carlo, che ho trovato tra internet e libri; di alcuni di essi riporterò qualche particolarità sui loro studi e pubblicazioni.

Babbage *Charles* (1791-1871) matematico e filosofo britannico; fu il primo matematico che ebbe l’idea di calcolatore programmabile. La prima calcolatrice venduta su scala commerciale fu costruita da Charles-Xavier Thomas de Colmar nel 1820; Babbage combinò due idee (quella di Thomas e quella del francese Falcon che aveva scoperto il sistema delle schede perforate, applicate ai telai per la tessitura) per progettare una “macchina analitica”. Purtroppo non riuscì nel suo intento per mancanza di fondi. Tuttavia veniva sempre più affermarsi l’idea che questa fosse la strada giusta da seguire.

Bicquilley *Charles* François (1738-1814) matematico e filosofo francese. Fu guardia del corpo di Luigi XIV. Nel 1804 pubblicò il libro “Theorie elementaire du commerce” atto alla determinazione dei prezzi. Nel 1787 vinse, insieme al matematico Sylvestre François Lacroix (1765-1843), un premio dell’Academie des Sciences. Pubblicò anche il libro “Du calcul des probabibilites” che, in particolare, trattava la speranza matematica. (in probabilità, altra locuzione per valore medio di una variabile aleatoria. Nel caso discreto, essa è uguale alla somma dei prodotti dei valori assunti dalla variabile aleatoria per le corrispondenti probabilità. Per esempio, la speranza matematica che ha un giocatore di vincere la somma *S* in seguito all’uscita di un certo numero nel lancio di un dado a sei facce (non truccato) è pari a $S \cdot \frac{1}{6}$. Se il giocatore si è impegnato con un avversario a pagare una somma *S’* nel caso in cui esca un altro numero, la speranza matematica di quest’ultimo sarà $S' \cdot \frac{5}{6}$. Un gioco si dice *equo* se tutti i giocatori hanno uguale speranza matematica. Nell’esempio precedente relativo a due giocatori di dadi che puntano poste pari a *S* e a *S’*, il gioco è perciò equo se $S \cdot \frac{1}{6} = S' \cdot \frac{5}{6}$; essendo $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$, uno dei due giocatori vince certamente.)

Bonacini *Carlo* (1867 -1944), matematico e fisico italiano. Dopo essersi laureato nel 1888 a Pisa, iniziò la sua carriera di professore insegnando nelle scuole medie, all'Istituto Tecnico e al Liceo Classico Muratori di Modena. Nel 1906 fu nominato direttore onorario del Civico Planetario di Modena e iniziò a insegnare fisica terrestre all'Università di Modena. Dal 1906 al 1936 fu direttore dell'Osservatorio Geofisico di Modena e dal 1935 al 1937 fu presidente dell’”Accademia di Scienze, Lettere e Arti” di Modena. Si interessò di ottica, fotografia e stereofonia e scrisse molte opere sulle ricerche eseguite, nonché sulla storia della scienza.

Borchardt *Carl* Wilhelm (1817-1880) matematico tedesco; ebbe maestri come Ludwig Immanuel Magnus, Ludwig Immanuel Magnus e Julius Plücker; ebbe rapporti scientifici stretti con Lejeune Dirichlet, Friedrich Wilhelm Bessel, Franz Ernst Neumann e, in particolare, con Carl Gustav

Jacobi col quale era molto amico. Pubblicò memorie di algebra e di analisi; diresse, fino alla morte, il "*journal von reine und angewandte Mathematik*".

Bossut *Charles* (1730-1814) gesuita e matematico francese. Fu uno degli enciclopedisti che, assieme a Denis Diderot e a Jean-Baptiste Le Rond d'Alembert compilarono l'*Enciclopedia delle arti e dei mestieri*. Studiò la teoria dell'equilibrio delle volte per la verifica della stabilità del "*piedritto*" (elemento architettonico verticale portante che sostiene il peso di altri elementi) della chiesa di Sainte Genevieve (attuale Pantheon di Parigi).

Boyer *Carl* (1906-1976) matematico statunitense ricordato, in particolare, per la sua opera più significativa, "*Storia della matematica*", nella quale sono esposti in modo dettagliato gli sviluppi della matematica dai primordi.

Brianchon *Charles* Julien (1783-1864) matematico francese, allievo di Gaspard Monge **(*)** (1746-1818) All'età di ventun anni scoprì il teorema di Pascal che riscrisse in una in forma moderna:

"in un esagono inscritto in una sezione conica, i tre punti di intersezione dei lati opposti giacciono sempre su un'unica retta".

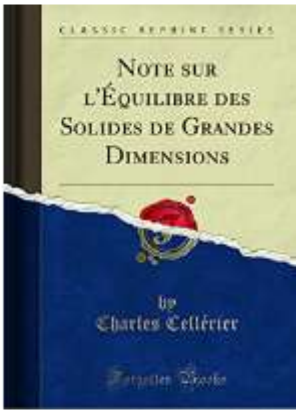
È ricordato soprattutto per il teorema che porta il suo nome:

"In ogni esagono circoscritto ad una sezione conica, le tre diagonali si intersecano nel medesimo punto" (detto punto di Brianchon).

(*) Monge lo ricordo per avere studiato, in geometria descrittiva, oltre ai metodi delle proiezioni quotate e delle proiezioni centrali il suo metodo, ovvero quello delle doppie proiezioni ortogonali.

Briot *Charles* Auguste (1817-1882) matematico francese; i suoi studi riguardano soprattutto le funzioni ellittiche: il suo primo grande lavoro sull'analisi fu "*Recherches sur la théorie des fonctions*". Ha pubblicazioni riguardanti luce, calore ed elettricità, tutte basate sulle teorie dell'etere (nello sviluppo di queste teorie fu influenzato dallo scienziato Lois Pasteur). Da giovanissimo ebbe un incidente che gli procurò un braccio rigido e, forse, proprio per questo, avendo attitudine verso le scienze, si dedicò allo studio della matematica.

Bruhns *Karl* Christian (1830-1881) matematico e astronomo tedesco. Nel 1852 fu nominato secondo assistente all'Osservatorio di Berlino e, due anni dopo, divenne primo assistente. Stimò il diametro degli asteroidi allora scoperti in modo indiretto, dalla conoscenza della loro distanza dalla Terra e del valore della loro magnitudine apparente. Scoprì cinque comete, e fu anche un abile matematico computazionale che si applicò alla determinazione delle orbite di comete e asteroidi.**Charles Marc Élie Cailler** (1865-1922) matematico svizzero; portato per le lingue, giovanissimo tradusse le due opere storiografiche di Gaio Giulio Cesare "Commentarii". Il padre, quando era studente al ginnasio, gli domandò che cosa fosse il calcolo infinitesimale; quella domanda fu l'input per addentrarsi nello studio della matematica: una semplice domanda lo aveva condotto a una materia che aveva amato per tutta la vita e che aveva segnato il suo futuro. Scrisse articoli sulla teoria dei numeri, l'analisi, l'astronomia e la meteorologia. La sua pubblicazione più famosa è *Essai sur le Calcul de Généralisation*. Pubblicò nel 1880 il libro dal titolo "*Note sur l'equilibre des solides de grandes dimensions*" di cui di seguito il frontespizio



Castigliano *Carlo* Alberto (1847-1884) frequentò il corso triennale della sezione meccanica e costruzioni dell'istituto tecnico di Asti e l'istituto industriale e professionale di Torino, ove ottenne la licenza nel luglio 1866, nell'ottobre successivo conseguì il diploma di professore di meccanica presso il Museo industriale di Torino. Il 10 dicembre dello stesso anno egli venne incaricato di ricoprire l'insegnamento di costruzioni, meccanica applicata, macchine ed estimo presso l'istituto tecnico di Temi, ove rimase quattro anni. Nel 1870 fu nominato istitutore al Collegio nazionale di Torino. Nel 1871 conseguì la laurea in matematica pura e nel novembre 1873 la laurea in ingegneria civile discutendo la tesi (pubblicata a Torino nel 1873): *Intorno ai sistemi elastici*. *Dissertazione*. Nello stesso anno fu nominato capореparto manutenzione, con sede ad Alba, delle Ferrovie Alta Italia e nel 1875 fu chiamato all'Ufficio centrale d'arte nel servizio manutenzione e lavori della società ed infine fu nominato caposezione principale e caposezione dell'Ufficio d'arte: purtroppo morì il 25 ottobre dello stesso anno a soli 37 anni.

È ricordato soprattutto per il suo teorema che va appunto sotto la denominazione "*Teorema di Castigliano*" che recita "*lo spostamento* (*o rotazione*) *di un elemento solido elastico è definito dalla derivata parziale del lavoro di deformazione, espresso in funzione delle forze* (*o dei momenti*) *esterni, eseguita rispetto a una di tali forze che sia applicata all'elemento considerato nel punto e nella direzione dello spostamento desiderato*".

Cattaneo *Carlo* (1911-1979), matematico e fisico italiano. Dopo gli studi classici a Roma, si laureò nel 1934 in ingegneria civile e nel 1936 in matematica. Si specializzò in meccanica razionale e fisica matematica che insegnò sia a Pisa che a Roma. In svariati tempi si interessò di meccanica delle strutture, dell'elasticità, della propagazione ondosa, della termodinamica, e della teoria della relatività raggiungendo risultati singolari divenuti noti a livello internazionale.

Cercignani *Carlo* (1939-2010), matematico e fisico italiano. Fu docente di aerodinamica, fisica matematica e meccanica razionale; membro all'Accademia Nazionale dei Lincei, dell'Istituto Lombardo di Scienze e di lettere, dell'Accademia francese delle Scienze. Insignito di varie onorificenze (Medaglia d'oro per la Matematica dell'Accademia dei XL, Premio Humboldt, con decreto del Presidente della Repubblica la Nedaglia ai Benemeriti della Cultura, dottorato ad homorem dall'Università di Parigi). Molto produttivo nell'editoria: circa 250 pubblicazioni. Presidente del *Comitato Nazionale per la Matematica* del CNR, quindi presidente del comitato tecnico-scientifico per il programma italiano di ricerca aerospaziale del Ministero dell'Università e della Ricerca Scientifica e Tecnologica (MURST).

Ciliberto *Carlo* (1923-…), ricercatore, docente, maestro e organizzatore. Innanzitutto elaborò un'intensa e profonda produzione scientifica che si articolò in una ventina di lavori apparsi tra il 1950 e il 1961, riguardanti per lo più difficili questioni sulle equazioni alle derivate parziali lineari e non, di tipo parabolico e iperbolico. Va segnalato che fu il primo a trasferire con successo il metodo di Caccioppoli dal caso ellittico a quello parabolico, dimostrando notevoli teoremi. Inoltre si può senz'altro affermare che la ricerca sviluppata, dalla fine degli anni cinquanta in poi, sulla risolubilità di problemi lineari e non lineari per equazioni paraboliche, ha le sue radici nei teoremi di Ciliberto, relativi al caso di una sola variabile spaziale, per equazioni a coefficienti Holderiani.

Conti *Carlo* (1802 -1849), matematico italiano. All'Università di Padova si interessò di matematica, filosofia, chimica, botanica ed anatomia. Da laureato, dopo un primo lavoro da ingegnere, intraprese la carriera universitaria. Oltre a vincere un concorso presso l'Osservatorio Astronomico di Padova ebbe nell'Ateneo della stessa città la cattedra in svariate discipline. Le sue pubblicazioni riguardano le più molteplici discipline: fisica, demografia, geotermia (studio dei fenomeni naturali coinvolti nella produzione e nel trasferimento di calore proveniente dalle viscere della Terra) ecc.

de La Condamine *Charles* Marie (1701-1774) matematico e geodeta. Prese parte alla spedizione per la misura d'un arco di meridiano nel Perù, promossa dall'Accademia delle Scienze.

de la Vallee Poussin *Charles* (1866-1962) matematico belga ricordato per avere dimostrato il teorema dei numeri primi.

Delaunay *Charles*-Eugène (1816-1872) matematico e astronomo francese. In particolare lavorò sulla meccanica della Luna, come caso particolare caso del problema dei tre corpi. La sua espressione mediante le serie infinite per ricavare la posizione della Luna, pur convergendo lentamente, fu un utile strumento in analisi funzionale. Nel 1870 vinse la Medaglia d'Oro della Royal Astronomical Society e divenne direttore dell'Osservatorio di Parigi. Gustave Eiffel incise, assieme ad altri 71 nomi di scienziati, il suo nome in riconoscimento dei loro contributi.

Dell'Agnola *Carlo* Alberto (1871-1956) matematico, economista e accademico italiano. Si distinse per la "caratteristica dedizione alle proposizioni fondamentali della teoria delle funzioni di variabile reale o complessa ed alle applicazioni della matematica con speciale riguardo alle variabili casuali e alle matematiche attuariali"; alcune sue pubblicazioni: *Le successioni di funzioni continue e il teorema di Arzebi*; *Le funzioni discontinue e il teorema di Baire*; …*Introduzione allo studio della matematica applicata ai problemi finanziari*, *economici e statistici* ….

Dodgson *Charles* Lutwidge (1832-1898) matematico e autore di libri di matematica che è meglio conosciuto con lo pseudonimo di Lewis Carroll. È ricordato soprattutto per "*Alice's Adventures in Wonderland*". (Alice nel mondo delle meraviglie, e Attraverso lo specchio), dove con umorismo caratteristicamente inglese viene dimostrata l'assurdità del reale e la realtà dell'assurdo. Alice è un'assennata e giudiziosa fanciulla inglese che viene trasportata in un mondo bizzarro e paradossale, popolato da esseri leggendarî, ai quali essa si sforza continuamente, ma vanamente, di applicare le regole del buon senso e della buona creanza); ecco, di seguito, una pagina del manoscritto

Dupin François-Pierre-*Charles* (1784-1873) matematico e ingegnere francese, allievo di Gaspard Monge all'Ecole Polytechnique. Docente al Conservatoire national des arts et métiers e socio straniero dell'Accademia Reale Svedese delle Scienze. E' ricordato,in particolare, per una carta sul tema dell'analfabetismo in Francia e per i suoi studi, in geometria, sui concetti di tangenti coniugate e sulla sua "*indicatrice*" (curva che fornisce una rappresentazione grafica della curvatura di una superficie in un suo punto, e che mette in luce la differenza tra i punti ellittici e quelli iperbolici della superficie)

Ehresmann *Charles* (1905-1979) matematico francese studioso, in particolare, di topologia differenziale e teoria delle categorie (teoria che tratta, in modo astratto, le strutture matematiche e le relazioni tra esse); noto anche per i suoi studi sui "gruppi di Lie" (gruppo di varietà differenziabile che soddisfa gli assiomi di gruppo, compatibilmente con la struttura di varietà differenziabile, vale a dire in modo che le operazioni di gruppo siano continue rispetto alla sua struttura differenziabile.)

Feuerbach *Karl* Wilhelm (1800 – 1834) matematico tedesco. Ha conseguito il dottorato all'età di 22 anni e nello stesso anno scrisse il suo teorema cha va sotto il suo nome: *"la circonferenza che passa per i piedi delle perpendicolari abbassate dai vertici di un qualsiasi triangolo sui lati opposti* (*altezze*)*, è tangente a tutte le quattro circonferenze che risultano tangenti ai tre lati del triangolo"*

Gauss *Carl* (1777-1855) matematico tedesco. Di umilissime origini, fu intellettualmente stimolato dallo zio materno, Federico, che aveva riconosciuto in lui una intelligenza fuori dal comune. Fu un bambino molto precoce nell'apprendere a leggere e a fare di conto; aveva una eccezionale predisposizione naturale per il calcolo mentale, attitudine che conservò per tutta la vita. Imparò senza fatica le lingue classiche e scrisse in latino le sue prime opere. Le sue evidenti predisposizioni per lo studio permisero all'adolescente Gauss di superare le difficoltà economiche, grazie al mecenatismo del duca Brunswick, Carlo Guglielmo Ferdinando, contro l'ostilità del padre che voleva avviarlo verso altre attività.

Non amò l'insegnamento, preferendo assumere la direzione di un osservatorio astronomico. Un particolare: l'astronomo italiano Giuseppe Piazzi scoprì l'asteroide Cerere, ma lo poté seguire solo per pochi giorni finché sì nascose dietro la Luna: Gauss predisse il punto esatto in cui tale asteroide sarebbe riapparso utilizzando il metodo dei minimi quadrati appena da lui ideato.

Il suo primo capolavoro, che lo fece conoscere alla comunità scientifica, "Disquisitones Arithmeticae" è un prezioso classico di matematica superiore.

La ricorrenza di Gauss, in tanti ambiti, nella scuola media mi inducono, senza nessuna pretesa di completezza, di riportare alcuni temi da lui affrontati:

- trovò risultati definitivi sullo sviluppo del binomio di Newton, anche nel caso di esponente non intero, con corretta definizione di somma infinita;
- introdusse il concetto di congruenza numerica;
- dimostrò il teorema di reciprocità quadratica che chiamò "teorema aureo";
- dimostrò che ogni numero intero positivo è la somma di tre numeri triangolari;
- dimostrò il "teorema fondamentale dell'algebra";
- scrisse una trattazione esauriente dei numeri complessi;
- si occupò di astronomia e di elettromagnetismo dando contributi originali;
- ebbe una chiara visione dell'esistenza delle geometrie non euclidee;
- dimostrò che dato un numero intero *n* e detto A_n il numero dei numeri primi non superiori ad *n*, il rapporto $\frac{n}{A_n}$, tende a $\ln n$, al tendere di *n* a all'infinito;

- ideò la funzione che esprime la distribuzione degli errori commessi nelle successive misure di una stessa grandezza o nella rappresentazione di un fenomeno collettivo per il quale tutte le determinazioni hanno la stessa probabilità di essere osservate (statura, peso, ...):

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\cdot\sigma^2}}$$

nella quale *m* è la *media aritmetica* e σ lo *scarto quadratico medio*; il grafico si dice "*curva di Gauss*";
l'area delimitata dalla curva e l'asse delle ascisse è uguale a 1; l'area sotto la curva compresa tra le ascisse *a* e *b* esprime la probabilità che *x* sia compreso tra *a* e *b*;
quando la variabile *x* è espressa in unità standard $\left(z=\frac{x-m}{\sigma}\right)$ la curva di gauss , essendo *m* = 0 e σ=1, assume la forma standardizzata:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot e^{-\frac{z^2}{2\cdot}}$$

- *funzione di Gauss* $\varphi(n)$: numero degli interi minori di $n\in N_0$ e primi tra loro;
- *intero di Gauss*: numero complesso della forma $a+i\cdot b$ con *a* e *b* interi;
- *piano di Gauss*: il piano dove sono rappresentati i numeri complessi:
- *campana di Gauss*: grafico della "funzione distribuzione":
- *integrale di Gauss*: $\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-x^2}dx$.

((Alla fine di questo elenco di matematici riporterò un problema, risolto in laboratorio, dai miei allievi del corso "programmatori" che riguarda la curva normale di Gauss. (**)))

Giulio *Carlo* Ignazio (1803-1859), matematico e politico. Laureato in Matematica e Idraulica Teorica e Sperimentale a Torino, divenne docente di Meccanica Razionale e successivamente Preside di Facoltà e poi Rettore dell'Università. È ricordato soprattutto per il suo apporto al progresso economico e sociale del Piemonte e per l'impegno profuso nell'intensificare l'istruzione tecnico-professionale. Diede un importante contributo all'apertura di nuove Scuole tecniche, utili a formare gli studenti sulle applicazioni pratiche della scienza all'industria, come l'Istituto tecnico fondato nel 1845, in cui si tenevano lezioni serali di Geometria, di Meccanica, di Chimica applicata alle arti, di Agraria forestale e di altre discipline. Si occupò di idraulica, meccanica, resistenza e elasticità dei materiali e del valore medio della densità della Terra. Membro della Commissione Statistica e della Commissione dei pesi e delle misure del Consiglio Superiore del Ministero della P.I.

Fu Senatore del Regno di Sardegna fin dalla prima legislatura, morendo ancor prima di terminare la quarta, a soli 56 anni.

Hayes *Charles* (1687-1760) matematico inglese. Fu fra i direttori della Royal African Company e pubblicò il primo libro in inglese sul metodo degli infinitesimi di Isaac Newton (1642-1727).

Hempel *Carl* Gustav (1905-1997) matematico, informatico e filosofo tedesco. In particolare è noto per la formulazione del modello nomologico-deduttivo e del paradosso dei corvi. Ed ecco il suo paradosso: "*tutti i corvi sono neri*". Si può dire che tutti i corvi siano neri? Forse sì per il fatto che nessuno ha visto corvi di colore diverso dal nero; ma non ne abbiamo la certezza perché nessuno ha visto tutti i corvi del nostro pianeta. L'insieme dei corvi è numerabile e quindi si può parlare di probabilità nel discreto. Partiamo dalla seguente definizione di probabilità dovuta a Pierre-Simon Laplace (1749-1827, matematico, fisico e astronomo):

« La probabilità $P(E)$ di un evento E è il rapporto tra il numero m dei casi favorevoli al verificarsi di E ed il numero n dei casi possibili quando tutti i casi sono giudicati egualmente possibili: $P(E)=\frac{m}{n}$ ».

In particolare:

- se $m = 0$, ossia se non esistono casi favorevoli al verificarsi dell'evento E, l'evento E si dice impossibile e la sua probabilità è nulla: $P(E)=0$:
- se $m = n$, ossia se tutti i sono casi favorevoli al verificarsi dell'evento E, l'evento E si dice certo e la sua probabilità è nulla: $P(E)=1$.

Pertanto è: $0 \le P(E) \le 1$.

ESEMPIO. Si estrae una carta da un mazzo di carte di 40 carte; determinare la probabilità che la carta sia di picche.

SOLUZIONE. I casi equamente possibili sono 40 e quelli favorevoli sono 10, pertanto la probabilità richiesta è:

$$P(E)=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}=0.25=25\%$$

La probabilità dell'evento $\overline{E}$ opposto è: $P\left(\overline{E}\right)=\frac{30}{40}=\frac{3}{4}=0.75=75\%$, pertanto è:

$$P(E)+P\left(\overline{E}\right)=1.$$

Ora torniamo al caso dei corvi.

Possiamo dire solo che la **probabilità** che tutti i corvi sono neri sia molto prossima ad 1. Essendo il numero dei corvi finito, ogni volta che vediamo un corvo nero questa **probabilità** aumenta leggermente, ovvero si riduce di un'unità il rischio che ci sia un corvo di un diverso colore.

Inoltre il paradosso può essere espresso dalla frase equivalente "**se qualcosa non è nero, allora non è un corvo",** infatti se ci fosse un corvo di un altro colore, la prima frase sarebbe falsa, ma lo sarebbe anche la seconda, perché ci sarebbe qualcosa di non nero che però è un corvo. Inversamente se tutti i corvi sono neri, la prima frase è vera ma anche la seconda lo è, perché fra le cose di un altro colore non ci sono corvi.

Anche la seconda frase non si può considerare rigorosamente vera, perché non abbiamo visto tutte le cose non nere del mondo, e col ragionamento precedente, ogni volta che vediamo qualcosa di non nero aumenta la probabilità che la frase sia vera. Pertanto se vediamo una pesca gialla, questo aumenta la probabilità che tutte le cose non nere non sono corvi. E quindi aumenta anche la probabilità che sia vera la frase equivalente, cioè che tutti i corvi sono neri.

Hermite *Charles* (1822-1901) matematico francese che ha fatto ricerche riguardanti algebra, teoria dei numeri, forme quadratiche, teoria degli invarianti, funzioni ellittiche, polinomi ortogonali ... Fu il primo a dimostrare che il numero *e* è trascendente.

Hermite *Caroline* Lucretia Herschel (1750-1848) matematica, astronoma e cantante lirica britannica di origine tedesca, una delle prime donne elette membro onorario della Royal Astronomical Society.

Hessemberg *Karl* (1904-1959) matematico e ingegnere tedesco; è ricordato, in particolare, per la sua matrice quadrata quasi triangolare:

- **matrice di Hessenberg superiore** ha valori pari a zero sotto la prima sottodiagonale;
- **matrice di Hessenberg inferiore** li ha sopra la prima sovradiagonale.

Hindenburg *Carl* Friedrich (1741-1808) matematico tedesco. Si occupò soprattutto di calcolo combinatorio e di probabilità. Nel 1778 cominciò una serie di pubblicazioni in materia combinatoria, in particolare su probabilità, serie e formule differenziali. Lavorò a una generalizzazione del teorema binomiale teorema e influenzò Christoph Gudermann nel suo lavoro sull'espansione di funzioni in serie di potenze.

Hutton *Charles* (1737-1823) matematico inglese. Fu professore di matematica alla Royal Military Academy dal 1773 al 1807. Ricordato, in particolare, per il suo calcolo della densità della Terra a seguito delle osservazioni dell'astronomo Nevil Maskelyne (1732-1811)

Jacobi *Carl* Gustav Jacob (1805-1851) Matematico tedesco, tra i protagonisti degli studi matematici del 19° secolo, fornì imprescindibili contributi allo studio delle funzioni ellittiche; il suo nome è ricordato per i metodi di integrazione delle funzioni definite da sistemi di *n* equazioni, che hanno avuto notevoli applicazioni in meccanica celeste. Tentò la risoluzione dell'equazione (algebrica) di 5° grado, ma non vi riuscì. Circa due secoli e mezzo dopo gli studi, nel 1799, di Ruffini e, nel 1824, di Abel nasce il **teorema di Abel-Ruffini** che recita: "*non esiste una relazione risolutiva generale*, *esprimibile tramite radicali*, *per le equazioni polinomiali aventi grado 5 o superiore*". Ricordiamo che le equazioni di terzo e quarto grado, risolte per radicali, sono dovute rispettivamente ai matematici italiani Niccolò Fontana e Ludovico Ferrari. In particolare Lagrange (matematico italiano, infatti fu battezzato a Torino con il cognome Lagrangia) trovò che l'equazione risolvente di un'equazione di quinto grado è un'equazione di sesto, usufruendo degli studi sulla *teoria dei gruppi* di Evaristo Galois.

Laisant *Charles*-Ange (1841-1920) matematico e politico francese. Nel 1874 aveva pubblicato un'indagine sulle funzioni iperboliche e aveva tradotto lo studio principale di Giusto Bellavitis (matematico e accademico italiano) sull'equipollenza. Pubblicò, nel 1881, *Introduction à la Méthode des Quaternions* e nel 1887 *Théorie et applications des equipollences.*

Lebelye *Charles* (1705-1762) matematico e ingegnere svizzero naturalizzato britannico; noto per la sua invenzione delle fondazioni pneumatiche per la costruzione di ponti.

Lorenz *Carl* Wilhelm (1886-1939) matematico e astronomo tedesco. Il Minor Planet Center gli accredita la scoperta di quattro asteroidi effettuate tra il 1908 e il 1809.

Marx *Karl* Henrich (1818-1883) fu economista, matematico, storico, filosofo, sociologo, giornalista, politico tedesco. Non è facile parlare di questo genio e quindi mi limito a dire poche cose, ma significative. Intuì che la prima scienza sociale alla quale sembrasse applicabile un metodo rigoroso fosse l'economia, tale che coniugò in questa disciplina le scienze umane storiche e sociali con le leggi matematiche che ne regolano i corrispondenti avvenimenti.

Karl Marx morì serenamente nella sua poltrona il 14 marzo 1883, stroncato dalla tubercolosi. Poche ore prima della sua morte, quando la sua cameriera si offrì di scrivere le sue ultime parole, si dice che il filosofo tedesco abbia risposto: "*Vai, esci*!*... Le ultime parole sono per gli sciocchi che non hanno detto abbastanza*".

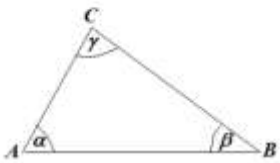
Menger *Karl* (1902-1985) matematico austriaco, figlio dell’economista Karl Menger fondatore della scuola austriaca di economia, nota per aver contribuito allo sviluppo della teoria dell'utilità marginale che confutava la classica teoria del valore-lavoro sviluppata da Adam Smith e David Ricardo, e portata alle estreme conseguenze da Karl Marx.

Si interessò di algebra, geometria, e delle teorie delle curve, delle dimensioni e dei giochi. E’ ricordato soprattutto per il teorema che porta il suo nome: “*considerato un grafo connesso G e due insiemi U e V di vertici tra loro disgiunti* (tali cioè che non abbiano punti in comune) *il massimo numero di cammini diversi che uniscono U e V è uguale al minimo numero di punti la cui soppressione porta a disgiungere l’insieme U dall’insieme V*”. Questo elegante teorema ha numerose applicazioni: nella “*programmazione lineare*” ed in economia come, per esempio, nel “*problema dei trasporti*” e nel “*problema del commesso viaggiatore*”: degno figlio del proprio padre.

Méray Hugues *Charles* Robert (1835-1911), matematico francese. È ricordato per essere il primo a pubblicare una teoria aritmetica dei numeri irrazionali. Il suo lavoro non ebbe però molta risonanza nella storia della matematica perché la Francia, a quel tempo, era meno interessata a tali questioni rispetto ad altre nazioni.

Miranda *Carlo* (1912-1982), già titolare della cattedra di analisi all’Istituto Superiore Universitario Navale di Napoli; mio professore “poche volte in aula”, sostituito più che degnamente dal collega Modesto Dedò, di cui conobbi la figlia, studiosa di geometria, in un convegno UMI. Allievo di Mauro Picone (1885-1977), assieme a Renato Cacciopoli (1904-1959), si laureò, a pieni voti, e con pubblicazione della tesi all’età di 19 anni. Ebbe una brillante carriera apportando grandi contributi nel campo dell’analisi matematica: fu un periodo fecondo, nella città partenopea, nel campo dell’analisi matematica con i personaggi già citati, assieme ad altri di non minore valore. Personalmente ho studiato sui suoi testi, in adozione al Navale e sul libro di esercizi di Picone nonché sui libri di Cacciopoli, chiari e altamente didattici.

Mollweide *Karl* Brandan (1774-1825) matematico e astronomo tedesco. Ideò una proiezione cartografica chiamata appunto “proiezione di Mollweide” (è una proiezione cartografica utilizzata per le mappe geografiche nota anche come proiezione ellittica). Il suo nome è legato anche ad alcune formule di trigonometria



$$\frac{a+b}{c}=\frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}} \qquad \frac{a-b}{c}=\frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\frac{\gamma}{2}}$$

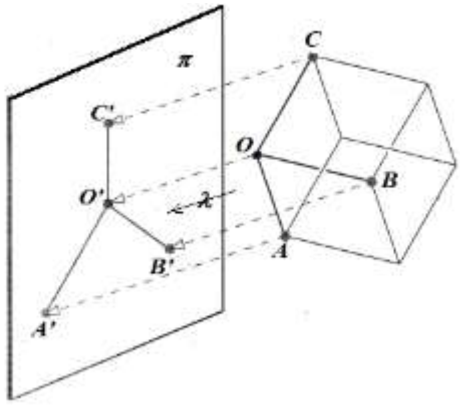
Neumann *Carl* Gottfried (1832-1925) matematico tedesco; nel 1887 ebbe il primo riconoscimento dell’importanza delle equazioni integrali; su questo tema hanno continuato Paul Du Bois-Reymond nel 1888, Henri Poincaré negli anni 1894-1897, ma è solo con Vito Volterra dal 1896 e Erik Ivar Fredholm dal 1903, da David Hilbert dal 1904 che viene data una teoria generale di tali equazioni.

Pearson *Karl* (1857-1936) matematico e statistico britannico; introdusse un indice che porta il suo nome per lo studio della correlazione di dati.

Peirce *Charles* Sanders (1839-1914) matematico statunitense, logico e epistemologo.

Petri *Carl* Adam (1926-2010) Matematico e informatico tedesco noto soprattutto per un'invenzione che porta il suo nome, la Rete di Petri (le reti di Petri rappresentano una teoria generale per i sistemi discreti paralleli e sono basate su un linguaggio che risulta essere una generalizzazione della teoria degli automi)

Wilhelm *Karl* (1810-1876) matematico e pittore tedesco. Cultore di geometra descrittiva; noto per il suo teorema: dati comunque in un piano π tre segmenti $O'A'$, $O'B'$, $O'C'$ uscenti da uno stesso punto O', tali che i quattro punti O', A', B' C' non siano allineati, tali segmenti si possono sempre considerare come proiezioni, secondo una determinata direzione λ, di tre segmenti OA, OB, OC tra loro uguali e a due a due ortogonali uscenti da uno stesso punto O. È il teorema fondamentale dell'assonometria.



Pucci *Carlo* (1925-2003) matematico italiano. Svolse un'intensa ed efficace attività di organizzazione dell'attività matematica italiana. Dal 1968 al 1976 fu presidente del Comitato Nazionale della matematica del CNR; dal 1977 al 1982 fu presidente dell'UMI; negli anni 90 fu rifondatore dell'Istituto Nazionale di Alta Matematica; fondò nel 1974 l'Istituto di Analisi Globale ed Applicazioni del CNR, che diresse fino al 1998.

Raine *Charles* (1877-1848) matematico statunitense. Verificò che è possibile utilizzare i numeri della serie di Fibonacci per generare terne pitagoriche: presi 4 numeri di Fibonacci consecutivi $F_k, F_{k+1}, F_{k+2}, F_{k+3}$ e un triangolo rettangolo con cateti a, b e ipotenusa c , allora, se a è uguale al prodotto dei termini esterni e b è uguale al doppio del prodotto dei termini interni ($a = F_k \cdot F_{k+3}$ e $b = 2 \cdot F_{k+1} \cdot F_{k+2}$), anche c è un numero di Fibonacci; inoltre, l'area del triangolo è uguale al prodotto dei quattro numeri di Fibonacci considerati. ESEMPIO: presi i 4 numeri consecutivi 8, 13, 21,34 della serie, allora è $a = 8 \cdot 34 = 272$ e $b = 2 \cdot 13 \cdot 21 = 546$, risulta

$$c = \sqrt{272^2 + 546^2} = \sqrt{372100} = 610 = F_{15};$$

l'area del triangolo rettangolo dell'esempio è $\dfrac{272 \cdot 546}{2} = 74256 = 8 \cdot 13 \cdot 21 \cdot 34$ (ovviamente in unità di misura quadratica)

Read *Charles* John (1958 – 2015) matematico britannico noto per i suoi lavori in analisi funzionale, nella teoria degli operatori, e per il lavoro nel 1980 sul problema del sottospazio invariante, per cui vinse, nel 1985, il Junior Berwick Prize (il Berwick Prize è un premio istituito dalla London Mathrmatical Society)

Rota Gian-*Carlo* (1932-1999) matematico e filosofo italiano naturalizzato statunitense (stesso nome di mio papà, tale che festeggiavamo l'onomastico lo stesso giorno). In breve: nel 1950 si trasferì negli Stati Uniti e studiò alla Princeton University; dal 1954 proseguì gli studi di matematica presso la Yale

University dove ottenne nel 1954 il master. Iniziò con ricerche sull'analisi funzionale e successivamente si concentrò sulle teorie combinatorie alle quali portò significativi contributi.

Schwarz *Karl* (1843-1921) matematico tedesco. Risultati notevoli in analisi: il suo nome e legato alla omonima disuguaglianza (anche riportata come *disuguaglianza di Cauchy-Schwarz*).

Schwarzschild *Karl* (1873-1916), matematico, astronomo tedesco. In particolare studioso di astrofisica moderna: spettroscopia, evoluzione stellare, atmosfere stellari; scoprì l'effetto fotografico che porta il suo nome "effetto Schwarzschild".

Sheffield *Charles* (1935-2002) matematico, fisico e autore di libri di fantascienza britannico.

Siegel *Carl* Ludwig (1896-1981) matematico tedesco; già studente di matematica, fisica e astronomia, ebbe come maestri Max Planck (1858-1947) e Ferdinand Georg Frobenius

(1849-1917) che lo indussero a dedicarsi solo alla matematica, cosi che divenne uno specialista sulla "teoria dei numeri".

Stein *Karl* (1913 – 2000) è stato un matematico tedesco. È ben noto per l'analisi complessa e la crittografia. Le varietà di Stein e la fattorizzazione di Stein prendono il nome da lui.

Sturm *Charles* (1803- 1855) matematico francese, ricordato soprattutto per il suo teorema: il "teorema di Sturm" che permette la determinazione di intervalli contenenti gli zeri di un polinomio.

von Lindemann *Carl* Louis Ferdinand (1852-1939) matematico tedesco, con analoga strategia di Hermite, dimostrò la trascendenza di π.

Weierstrass *Karl* (1815-1897) matematico tedesco. Si occupò di definire rigorosamente i fondamenti dell'analisi, dando per primo l'esempio di una funzione continua ovunque ma non derivabile. Il suo nome è legato, in particolare, al teorema che va sotto il suo nome (*ogni funzione continua su un insieme chiuso e limitato è limitata e assume un valore massimo e un valore minimo*), al teorema di Bolzano-Weierstrass e al criterio di convergenza uniforme di una serie.

MATEMATICI ANCORA IN VITA

Cellucci *Carlo* (1940), professore emerito di filosofia all'Università "La Sapienza" di Roma. Ha insegnato nelle Università del Sussex, di Siena e della Calabria. Si è occupato principalmente di **logica**, **filosofia della matematica** e della **teoria della dimostrazione.**

Dapueto *Carlo* (1953) docente di Didattica della Matematica, progettatore e curatore del sito web macosa.dima.unige.it (**ma**tematica per **co**noscere e **sa**pere). Per saperne di più entrare nel sito "Curriculum Dapueto-unige.it"

Mortola *Carlo* (1942). Ha studiato alla facoltà di Scienze Nautiche di Napoli e successivamente a quella di Matematica all'Università di Genova. Dal 1965 al 1980 ha insegnato Navigazione, Astronomia Nautica e Teoria della Nave all'Istituto Nautico Cristoforo Colombo di Camogli; successivamente ha insegnato matematica e matematica applicata in diversi istituti della provincia di Genova. Ha collaborato col DIMA di Genova nei progetti Ma.Co.Sa., GLUES e Lauree Scientifiche; ha insegnato nella Scuola di Specializzazione. Dal 1983 al 2003 coautore di molteplici testi di matematica per le Medie Superiori (alcuni intestati col cognome della madre: Simonetti), prima con la Casa Editrice Bulgarini di Firenze e successivamente con la Palumbo di Palermo. Ha partecipato, col gruppo del DIMA di Genova, al convegno U.M.I. di Latina del 1994 il cui tema era "L'insegnamento della geometria: temi di attualità" con il lavoro "L'INSEGNAMENTO DELLA GEOMETRIA NELLA SCUOLA SECONDARIA SUPERIORE", pubblicato successivamente in Scienze Integrate.

Nell’ultimo quinquennio degli anni 80 ha insegnato Navigazione e Astronomia Nautica ad un gruppo di militari libici, con accordi intervenuti tra i Ministeri Esteri italiano e libico.

È stato inserito in due corsi residenziali di formazione (uno a Pesaro Urbino e l’altro a Siena); nel primo per imparare il linguaggio di programmazione Pascal (di cui divenne formatore nei corsi di aggiornamento per docenti) ed il secondo per aggiornare i programmi di matematica e di economia negli Istituti Commerciali.

Da pensionato (dopo il 2008) ha insegnato matematica propedeutica alla Navigazione, Astronomia nautica e Macchine Marine alla ”Accademia Nautica” di Genova.

Autore del trattato “*Trigonometria Sferica*” pubblicato online da “simonescuola”.

Per più anni *commissario governativo* e *presidente agli esami di Stato*; per due volte *commissario agli esami a cattedra per matematica applicata*, ex classe 48.

Nel sito della “Società Capitani e Macchinisti Navali-Camogli”, di cui è socio, è presente una sua pagina contenente più di 70 lavori inerenti le materie nautiche (sempre in aggiornamento). Si entra nella “pagina” con “Prof. C. Mortola – Capitani Camogli”.

Sbordone ***Carlo*** (1948), professore emerito di Analisi Matematica all’Università di Napoli. È socio dell'Accademia Nazionale dei Lincei per la Classe di Scienze Fisiche e presidente dell'Accademia Pontaniana. È anche membro eletto, per il triennio 2012-2015, della Commissione Scientifica dell'UMI, di cui è stato presidente dal 2000 al 2006. Nel 2000 gli è stata conferita la Medaglia per la Matematica dell’Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL e nel 2002 vinse il premio degli Annales Institut H. Poincarè.

Toffalori ***Carlo*** (1953) è logico e matematico. Si occupa di Teoria dei modelli, di crittografia e divulgazione della matematica; ha scritto diversi saggi sul rapporto tra matematica e gialli. La sua *Introduzione alla Teoria dei Modelli* (con Annalisa Marcja) è stata tradotta in inglese e pubblicata nella collana *Trends in Logic* dell'editore Kluwer.

OSSERVAZIONE. Non tutti matematici hanno avuto vita facile; di Gauss ne ho già parlato; cito altri tre matematici che hanno avuto avversità:

- **Niels Henrik Abel** (1802-1829) matematico norvegese. Secondo di sei figli del pastore del villaggio (Findo); restò orfano di padre all’età di 18 anni; da allora dovette contribuire a sostenere il peso della famiglia, lottando contro le difficoltà, Sostanzialmente autodidatta, i suoi meriti di ricercatore furono riconosciuti post mortem. raggiunse risultati fondamentali soprattutto nell’algebra e nella teoria delle funzioni. trovò, indipendentemente da Ruffini, che l’equazione generale superiore al quarto grado non è risolubile per radicali. E’ noto per il suo teorema sulle serie che fornisce un criterio di convergenza:

  “ *se le serie* a_n, b_n *e* c_n *convergono rispettivamente a* A, B *e* C *e* $c_n = a_0 \cdot b_n + ... + a_n \cdot b_0$ *allora* $C = A \cdot B$”

  Gli si deve anche lo studio d’un primo esempio di equazione integrale. Fu veramente sfortunato: morì all’età di 27 anni.

- **Evaristo Galois** (1811-1832). Genio incompreso (per usare una espressione dello scozzese Eric Temple Bell, *Galois lottò per tutta la vita contro l’imbecillità*. Morì a soli 20 anni a seguito alle ferite riportate in un duello alla pistola. Nel gennaio 1831 Galois inviò a Poisson un breve riassunto dei suoi lavori, chiedendogli di presentare il suo testo all'Accademia; si racconta che Poisson abbia depositato il manoscritto in un cassetto e che se ne sia completamente dimenticato della sua presenza. L’opera di Galois, continuata da altri matematici, introduceva in algebra lo studio dei gruppi, affrontando gli aspetti generali della risolubilità delle equazioni, a prescindere dal calcolo delle formule risolutive dirette. Si racconta molto su questo genio: alcuni dicono che, per motivi politici, la sua pistola era caricata a salve per cui era certa la sua morte. Pare, in realtà, che non fosse morto subito dopo il duello e che, invece, rimase solo ferito; verso sera passava un carrettiere che aveva sentito dei lamenti, così che caricò quel giovane sul carro e lo portò in ospedale. Purtroppo la ferita si trasformò in peritonite per cui Evaristo non ebbe scampo. Si racconta che suo fratello fosse andato a trovarlo all'ospedale e pare che Galois disse "*non ho tempo*". È stato girato un film con questo titolo.

Maria Rosa Menzio in "Teatro e Matematica" dice:" È noto che morì per le ferite provocate da un duello, che la sfida a duello fu a causa di una donna, e che in quella sua breve vita riuscì a gettare le basi per l'algebra moderna. Incompreso dai contemporanei, una serie di equivoci e perdite di manoscritti destinati ai matematici affermati del tempo ne fanno un eroe leggendario, paradossalmente anche quando perde tutto. Un uomo che a vent'anni aveva già vissuto tre vite: quella del matematico, quella del rivoluzionario e quella dell'innamorato. Fallito e respinto dalla matematica, dalla Politica e dal Primo Amore, non poteva che morire".

- **Niccolò Fontana** (1499-1557), detto *Tartaglia*, è ricordato soprattutto per il suo **triangolo** costituito da numeri naturali.

⟪**BREVE STORIA.** In quel lunedì 19 febbraio del 1512 le truppe francesi, con l'arrivo di rinforzi dalla Francia, riprendono il controllo della città di Brescia, dopo che per due settimane i bresciani erano riusciti a prenderne il controllo. Durante i tafferugli e le scaramucce, tra la gente che cerca di fuggire dalle violenze degli invasori, c'è un ragazzino di circa 12 anni che, benché trova rifugio con la propria madre, viene raggiunto da un soldato francese che lo ferisce alla gola, ferita che gli produce una difficoltà nella parola tale da rimanere balbuziente (da cui il soprannome).

E' lo stesso Tartaglia che ricorda successivamente quei tragici momenti:

"*Quando che li francesi saccheggiarono Bressa, oltre che ne fu svalisata la casa, ma più che essendo io fuggito nel domo de Bressa insieme con mia madre et mia sorella et molti altri uomini, credendone in tal luogo esser salvi, ma tal pensiero ne andò fallito perché alla presentia de mia madre mi fu date cinque ferrite mortale, cioè tre sulla testae due sulla fazza le quale una me ne aveva à traverso la bocca et denti, la quale della masella et la medesima della inferiore, per qual ferita, non solamente io non poteva parlar, ma neanche poteva manzare*".

Fu un matematico prolifico, in particolare risolse per radicali l'equazione di terzo grado, la cui formula, ahimè, non porta il suo nome perché un altro matematico italiano (Girolamo Cardano), che spesso andava a fargli visita, dopo aver convinto Tartaglia di fargli vedere la dimostrazione, la memorizzò e la pubblicò a suo nome; questa formula va infatti ricordata come "*equazione cardanica* "

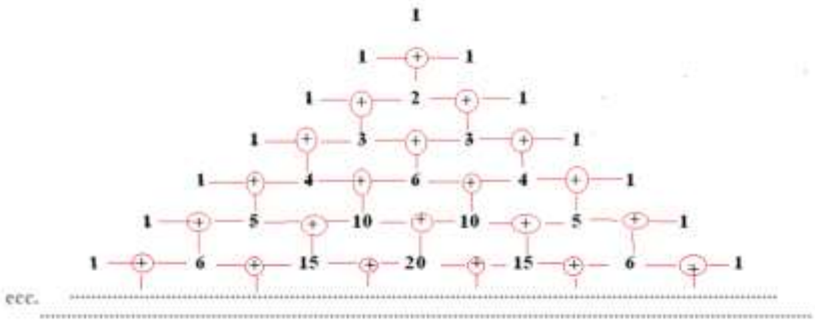
Risistemò la geometria euclidea scrivendo un trattato che fu usato per parecchio tempo (circa tre secoli) in tutta l'Europa.

Fu anche il padre della balistica, che per la prima volta, nel suo libro "*Nova Scientia*" veniva presentata come una disciplina matematica.

Fu purtroppo sfortunato, vuoi per le ferite infittegli da giovane, vuoi per il furto subito della formula risolutiva delle equazioni di terzo grado, e successivamente per il suo triangolo che, Blaise Pascal lo studiò più approfonditamente presentandolo in una sua pubblicazione del 1654 (circa 100 anni dopo la morte di Tartaglia) così che lo divulgò in tutto il mondo tale per cui in quasi tutto il pianeta viene chiamato "*triangolo di Pascal*", e solo noi italiani perseveriamo a riconoscere tale triangolo come "***triangolo di Tartaglia***".⟫

►Il triangolo suddetto, in generale, si rappresenta in forma di triangolo isoscele, i cui lati obliqui sono tutti "1", a partire dall'unico "1" che ne è il vertice

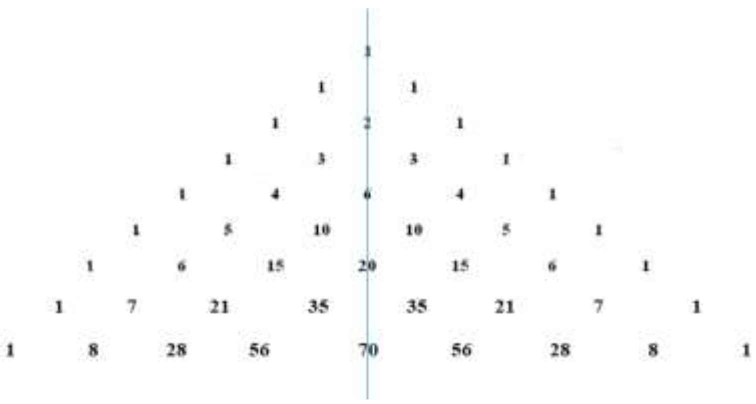
gli elementi interni di ciascuna riga si determinano mediante la somma dei due elementi della riga che stanno sopra ad esso, come viene evidenziato dalla seguente figura:



ALCUNE PROPRIETA' DEL TRIANGOLO DI TARTAGLIA

PROPRIETA 1

"***Gli elementi del triangolo godono della simmetria centrale infatti tutti gli elementi del triangolo sono simmetrici rispetto all'altezza riferita alla base del triangolo isoscele***"; in particolare i numeri che sono situati sull'altezza sono gli *elementi uniti* della simmetria: sono pertanto termini uniti 1, 2, 6, 20, 70, ….



PROPRIETA 2

La somma dei numeri di posto dispari diminuita della somma dei numeri di posto pari, a partire dalla seconda riga, è sempre 0

1	1 − 1	=	0
2	1 − 2 + 1	=	0
3	1 − 3 + 3 − 1	=	0
4	1 − 4 + 6 − 4 + 1	=	0
5	1 − 5 + 10 − 10 + 5 − 1	=	0
6	1 − 6 + 15 − 20 + 15 − 6 + 1	=	0
7	1 − 7 + 21 − 35 + 35 − 21 + 7 − 1	=	0
8	1 − 8 + 28 − 56 + 70 − 56 + 28 − 8 + 1	=	0

ALTRE PROPRIETA':

* i lati del triangolo sono formati da tanti "uno": 1 1 1 1 1 1 1 ....

```
* nelle prime parallele ai lati obliqui del triangolo ritroviamo la successione dei numeri
naturali: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 .....

* le seconde parallele sono formate dai numeri triangolari: 1 3 6 10 15 21 ...

* le terze parallele sono formate da numeri tetraedrici: 1 4 10 20 35 56 ...

* le quarte parallele sono formate dai numeri tetraedrici in 4 dimensioni: 1 5
  15 35 70 126 ....

* le quinte parallele sono formate da numeri tetraedrici in 5 dimensioni;
  .....
* e così di seguito
```

►Il **triangolo di Tartaglia**, nella scuola, è utilizzato per determinare con facilità i coefficienti dei polinomi, sviluppo delle potenze ennesime di binomi, ovvero gli sviluppi delle potenze

$$(a+b)^n, \qquad (1)$$

con $n \in N$.

Mediante il software DERIVE.6, scrivo gli sviluppi delle potenze dei binomi espressi dalla (1), con $0 \leq n \leq 8$

n	$(a+b)^n$
0	1
1	$a + b$
2	$a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2$
3	$a^3 + 3\cdot a^2\cdot b + 3\cdot a\cdot b^2 + b^3$
4	$a^4 + 4\cdot a^3\cdot b + 6\cdot a^2\cdot b^2 + 4\cdot a\cdot b^3 + b^4$
5	$a^5 + 5\cdot a^4\cdot b + 10\cdot a^3\cdot b^2 + 10\cdot a^2\cdot b^3 + 5\cdot a\cdot b^4 + b^5$
6	$a^6 + 6\cdot a^5\cdot b + 15\cdot a^4\cdot b^2 + 20\cdot a^3\cdot b^3 + 15\cdot a^2\cdot b^4 + 6\cdot a\cdot b^5 + b^6$
7	$a^7 + 7\cdot a^6\cdot b + 21\cdot a^5\cdot b^2 + 35\cdot a^4\cdot b^3 + 35\cdot a^3\cdot b^4 + 21\cdot a^2\cdot b^5 + 7\cdot a\cdot b^6 + b^7$
8	$a^8 + 8\cdot a^7\cdot b + 28\cdot a^6\cdot b^2 + 56\cdot a^5\cdot b^3 + 70\cdot a^4\cdot b^4 + 56\cdot a^3\cdot b^5 + 28\cdot a^2\cdot b^6 + 8\cdot a\cdot b^7 + b^8$

Successivamente sostituisco il numero **1** alle variabili **a** e **b**:

n	*somme indicate degli sviluppi delle potenze* $(1+1)^n$	*somme eseguite*
0	1	$1 = 2^0$
1	1 +1	$2 = 2^1$
2	1 + 2 +1	$4 = 2^2$
3	1 +3 +3 +1	$8 = 2^3$
4	1 + 4 +6 + 4 +1	$16 = 2^4$
5	1+ 5 +10+ 10+ 5 +1	$32 = 2^5$
6	1 +6 +15+ 20 +15 +6 +1	$64 = 2^6$
7	1+7+ 21 +35 +35 + 21 +7 +1	$128 = 2^7$
8	1 +8 +28 +56 +70 +56 +28 +8 +1	$256 = 2^8$

così che scopriamo la

PROPRIETA' 3

"***la somma, per riga, dei coefficienti è la successione delle potenze di base 2***";

pertanto trattasi di una progressione geometrica di infiniti termini, avente ragione q=2 e primo termine a_0 =1; la relazione tra l'r-esimo termine a_r e l's-esimo termine a_s di una progressione geometrica. con $s > r$ è:

$$a_s = a_r \cdot q^{s-r}$$

e, nel caso di voler determinare l's-esimo termine partendo dal primo avente indice 0, ottengo:

$$a_s = a_0 \cdot q^s \qquad (2)$$

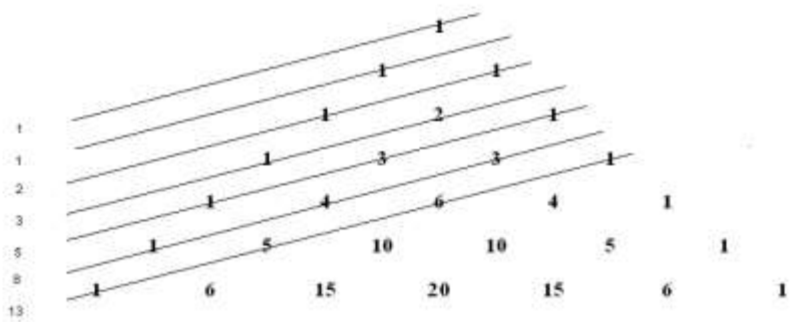
Verifico la (2) per s =7:

$$a_7 = 1 \cdot 2^7 = 2^7$$

OSSEVAZIONE. $a_7 = 2^7$ è l'elemento dell'ottava riga perché le righe vengono contate dall'indice 0.

PROPRIETA' 4.

Ritroviamo i **numeri di Fibonacci** addizionando i numeri del triangolo secondo le diagonali come riportate in figura.



PROPRIETA' 5.

Costruisco il triangolo come lo costruisce, per default, DERIVE.6, cioè sotto forma di triangolo rettangolo:

1										
1	1									
1	2	1								
1	3	3	1							
1	4	6	4	1						
1	5	10	10	5	1					
1	6	15	20	15	6	1				
1	7	21	35	35	21	7	1			
1	8	28	56	70	56	28	8	1		
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

Si rileva:

"*Ogni numero è uguale alla somma dei numeri che lo precedono nella colonna immediatamente a sinistra*".

PROPRIETA' 6.

Le due seguenti tabelle sono rispettivamente:

- gli sviluppi delle potenze di base 11 con esponente n, tra 0 e 8 compresi,
- i coefficienti degli sviluppi delle potenze del binomio a + b, con esponente n, tra 0 e 8 compresi

TABELLA 1

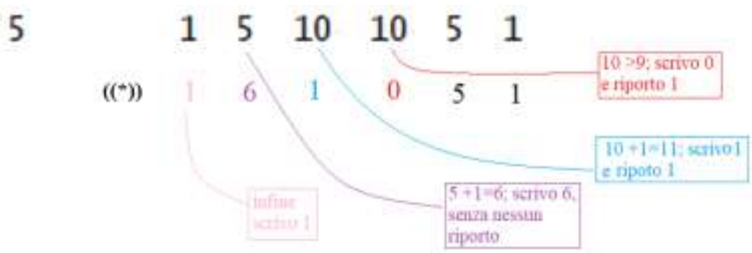
n	11^n
0	1
1	11
2	121
3	1331
4	14641
5	161051
6	1771561
7	19487171
8	214358881

TABELLA 2

n	$(a+b)^n$
0	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
7	1 7 21 35 35 21 7 1
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1

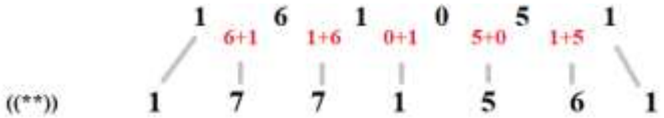
Si rileva che nelle prime cinque righe le cifre che costituiscono gli sviluppi delle potenze di 11 sono, nello stesso ordine, le cifre del triangolo di Tartaglia; dalla sesta riga in poi non è più così.

Però, considerati gli elementi della sesta riga riscrivendoli, da destra verso sinistra, operando i riporti quando un elemento è maggiore di 9, ottengo proprio la sesta riga della **TABELLA 1**:



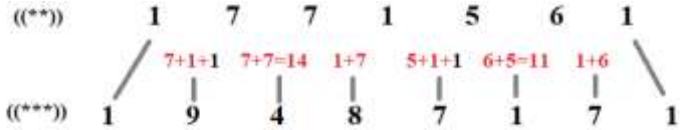
■ Continuando con lo stesso procedimento sulla riga ((*)), ottengo la settima riga della

TABELLA 1:



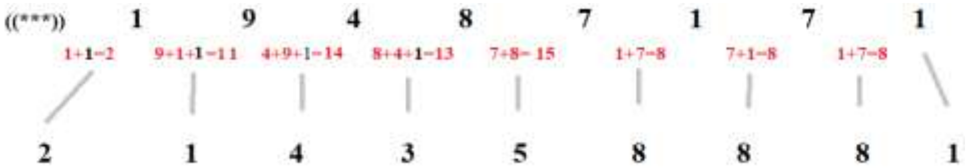
la riga ((**)) coincide con la settima riga della **TABELLA 1**.

■ Continuo con lo stesso procedimento sulla riga ((**))



la riga ((***)) coincide con l'ottava riga della **TABELLA 1**.

■ Continuo con lo stesso procedimento sulla riga ((***))



e, questa ultima riga coincide con la nona riga della **TABELLA 1**, **con questa procedura si può continuare indefinitamente.**

Pertanto la **proprietà 5** *consente, tramite il triangolo di Tartaglia, la determinazione delle potenze, ad esponente intero positivo, del numero* 11.

OSSRVAZIONE. Negli schemi precedenti i riporti sono stati scritti in *colore nero*.

PROPRIETA' 7.

Considero le potenze 1001^k e scrivo la tabella per $0 \leq k \leq 8$, ove $k \in N$

0	1
1	1001
2	1002001
3	1003003001
4	1004006004001
5	1005010010005001
6	1006015020015006001
7	1007021035035021007001
8	1008028056070056028008001

Sostituisco, opportunamente, un simbolo a piacere al posto di stabiliti zeri:

0 1

1 1 ≡ ≡ 1

2 1 ≡ ≡ 2 ≡ ≡ 1

3 1 ≡ ≡ 3 ≡ ≡ 3 ≡ ≡ 1

4 1 ≡ ≡ 4 ≡ ≡ 6 ≡ ≡ 4 ≡ ≡ 1

5 1 ≡ ≡ 5 ≡ 10 ≡ 10 ≡ ≡ 5 ≡ ≡ 1

6 1 ≡ ≡ 6 ≡ 15 ≡ 20 ≡ 15 ≡ ≡ 6 ≡ ≡ 1

7 1 ≡ ≡ 7 ≡ 21 ≡ 35 ≡ 35 ≡ 21 ≡ ≡ 7 ≡ ≡ 1

8 1 ≡ ≡ 8 ≡ 28 ≡ 56 ≡ 70 ≡ 56 ≡ 28 ≡ ≡ 8 ≡ ≡ 1

e, i numeri che restano sono proprio quelli della TABELLA 2, ovvero il triangolo di Tartaglia.

In modo analogo avviene sugli sviluppi delle potenze

$$10001^k \; ;$$

lascio al lettore il piacere di sfoltire la seguente tabella dagli opportuni zeri

■ Si può continuare ad aumentare gli zeri tra i due "*uno*" : $10000.....01^k$, e si ottiene sempre, cancellando gli zeri opportuni, il triangolo di Tartaglia.

► Esistono altri triangoli di numeri, ottenuti dal triangolo di Tartaglia, moltiplicando gli elementi di ogni riga per le successive potenze:

- di "2",
- di "3",
- di "4",
- ecc.

che chiamo, rispettivamente:

- **secondo** triangolo di Tartaglia,
- **terzo** triangolo di Tartaglia,
- **quarto** triangolo di Tartaglia,
- ecc.

Riporto il secondo:

0 1

1 2 2

2 4 8 4

3 8 24 24 8

4 16 64 96 64 16

5 32 160 320 320 160 32

6 64 384 960 1280 960 384 64

Osservando attentamente questo triangolo vengo a scoprire la modalità della sue costruzione:

- i lati obliqui son formati dalle potenze di 2

- gli elementi interni di ciascuna riga si determinano mediante la somma dei due elementi della riga che stanno sopra ad esso, moltiplicando la somma ottenuta per 2.

Permane la proprietà della simmetria in cui i numeri 1, 8, 96, 1280, …. sono gli elementi uniti della simetria.

Provo che anche questo triangolo gode di una proprietà similare alla **proprietà 6** del triangolo di Tartaglia,

Allo scopo determino le potenze, ad esponente intero positivo, di 22.

Accoppio queste potenze col secondo triangolo:

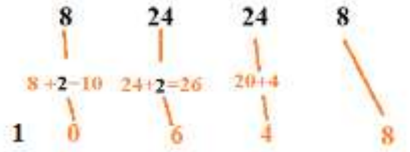
TABELLA 1

n	22^n
0	1
1	22
2	484
3	10648
4	234256
5	5153632
6	113379904

TABELLA 2

0	1
1	2 2
2	4 8 4
3	8 24 24 8
4	16 64 96 64 16
5	32 160 320 320 160 32
6	64 384 960 1280 960 384 64

Dal confronto delle due tabelle emerge che le cifre degli sviluppi delle potenze di 22 per esponenti 0, 2, 3 coincidono con le cifre, sulla stessa riga, del secondo triangolo di Tartaglia. Con lo stesso procedimento adoperato nel triangolo di Tartaglia, anche dalle successive righe ottengo gli ulteriori sviluppi delle potenze di 22; allo scopo opero con quel procedimento, sulla quarta riga della tabella 2:



e rilevo che è proprio la quarta riga della tabella1.

■ Posso continuare indefinitamente con gli altri triangoli; così otterrò, con lo stesso procedimento, le potenze di:

- 33,
- 44,
- ecc.

Le avversità, per alcuni, sono state di sprono allo studio della matematica come, ad esempio, Briot; così è per un altro matematico: George Bool (1815-1864), figlio di un calzolaio di modeste risorse economiche, ma amante delle scienze; studiò da autodidatta le lingue classiche di cui fu cultore. A 17 anni si accostò alla matematica perché, dirà poi alla moglie, *i libri di matematica erano meno costosi e richiedevano, per la lettura, più tempo e duravano di più*. All'età di 34 anni, già noto per alcune pubblicazioni molto apprezzate dai matematici suoi contemporanei, fu chiamato a insegnare matematica al "*collegio della regina di Cork*". I maggiori contributi allo sviluppo della matematica moderna (è uno dei pionieri dell'informatica) riguardano la formalizzazione della logica. Il suo trattato "*indagini sulle leggi del pensiero*" fu dichiarato da Bertrand Russel "*il primo libro di matematica pura mai pubblicato*".

(**) Ed ecco il problema sulla **DISTRIBUZIONE NORMALE**

La funzione di densità della distribuzione normale o di GAUSS è

$$\#1: \quad f(x) := \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{(2 \cdot \pi)}} \cdot e^{-(x-\mu)^2/(2 \cdot \sigma^2)}$$

il cui campo di esistenza è tutto R, ovvero]−∞,+∞[.

La forma del grafico della funzione #1 dipende dai parametri μ e σ, tanto è vero che si usa esprimerla col simbolismo $N(\mu,\sigma^2)$, dove la lettera N sta per "normale".

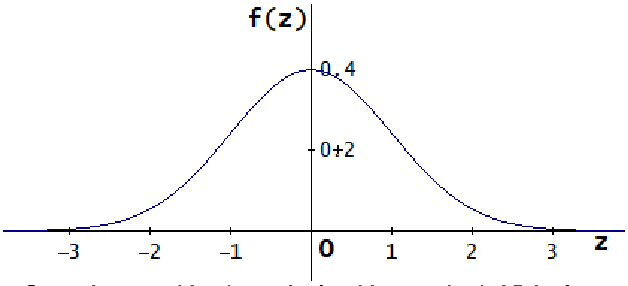
La normale particolare con $\mu=0$ e $\sigma=1$, prende il nome di "**normale standardizzata**"; essa si esprime col simbolo N (0,1) ed ha equazione:

$$\#2: \quad f(z) := \frac{1}{1 \cdot \sqrt{(2 \cdot \pi)}} \cdot e^{-(z-0)^2/(2 \cdot 1^2)}$$

ovvero

$$\#3: \quad f(z) := \frac{\sqrt{2} \cdot e^{-z^2/2}}{2 \cdot \sqrt{\pi}}$$

il cui grafico è



l'equazione #3 è una funzione di densità di probabilità perché sono verificate le due **condizioni**:

a) $f(z) \geq 0$

b) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z)dz = 1$

■ Come fare a determinare la funzione di **ripartizione** corrispondente? Dobbiamo determinare l'integrale indefinito dell'espressione #3 e successivamente, per determinare il valore della costante additiva, imporre uguale ad 1 il limite per z tendente all'infinito.

$$\#4: \quad \int \left(\frac{\sqrt{2} \cdot e^{-z^2/2}}{2 \cdot \sqrt{\pi}}, \ z, \ c \right)$$

clicchiamo il bottone "=" ed otteniamo la seguente espressione

$$\#5: \quad \frac{\mathrm{ERF}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot z}{2}\right)}{2} + c$$

che rappresenta, al variare di c, tutte le primitive dell'espressione #3.

(**OSSERVAZIONE**: con la funzione **ERF**, DERIVE intende l'integrale della distribuzione gaussiana)

La primitiva che ci interessa è quella che porge come limite, per $z \to +\infty$, il valore 1, pertanto determiniamo il limite dell'espressione #5 per $z \to +\infty$:

$$\#6: \quad \lim_{z \to +\infty -} \left(\frac{\mathrm{ERF}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot z}{2}\right)}{2} + c \right) = c + \frac{1}{2}$$

ed imponiamo che il limite ottenuto sia 1

$$\#7: \quad c + \frac{1}{2} = 1$$

con la specifica "Risolvi, Espressione, nel Dominio delle soluzioni reali"

$$\#8: \quad \mathrm{SOLVE}\left(c + \frac{1}{2} = 1,\ c,\ \mathrm{Real} \right)$$

in esecuzione otteniamo

$$\#9: \quad c = \frac{1}{2}$$

.

La costante additiva è quella della riga #9, per cui, sostituendo nella riga #5 (con la specifica "Semplifica, Sostituisci variabili"), otteniamo la funzione di ripartizione

$$\#10: \quad F(Z) := \frac{\mathrm{ERF}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot z}{2}\right)}{2} + \frac{1}{2}$$

F ha dominio $]-\infty;+\infty[$ ed il comportamento agli estremi del suo domino è

$$\#11: \quad \lim_{z \to -\infty} \left(\frac{\mathrm{ERF}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot z}{2}\right)}{2} + \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\#12: \quad \lim_{z \to +\infty -} \left(\frac{\mathrm{ERF}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot z}{2}\right)}{2} + \frac{1}{2} \right) = 1$$

quindi la curva, grafico di F, ha asintoto orizzontale sinistro di equazione

$$\#13: \quad x = 0$$

e asintoto orizzontale destro di equazione

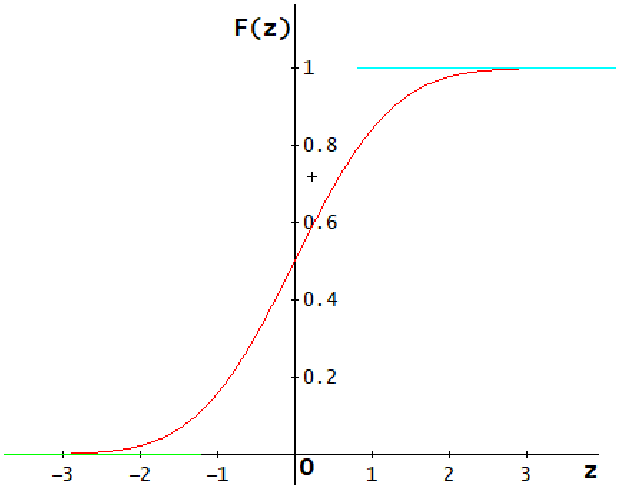
$$\#14: \quad x = 1$$

per rappresentarli, assieme alla curva di F, usiamo la specifica IF

$$\#15: \quad \text{IF}(x < -1.2,\ 0)$$

$$\#16: \quad \text{IF}(x > 0.8,\ 1)$$

Nel grafico la curva, grafico di F, è di colore rosso e gli asintoti di colore azzurro



per ragioni di simmetria della f rispetto all'asse delle ordinate, passa per il punto (0; 0.5).

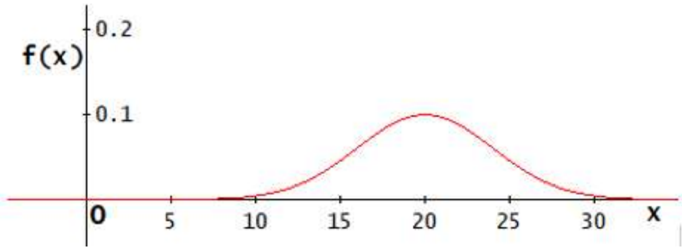
▶ La tavola 1 del libro di testo porge (mi rivolgo agli allievi) le aree di probabilità $F(z)=P(0<Z<z)$, pertanto la funzione di ripartizione, in questo caso, indicata dalla lettera greca ϕ, è ϕ=0.5+F(z).
Ora vediamo la corrispondenza tra una normale qualunque e la standardizzata, per esempio consideriamo la normale con μ=20 e σ=4, sostituendo questi dati nell'equazione #1, otteniamo:

$$\#17: \quad \frac{1}{4\cdot\sqrt{(2\cdot\pi)}}\cdot e^{-(x-20)^2/(2\cdot 4^2)}$$

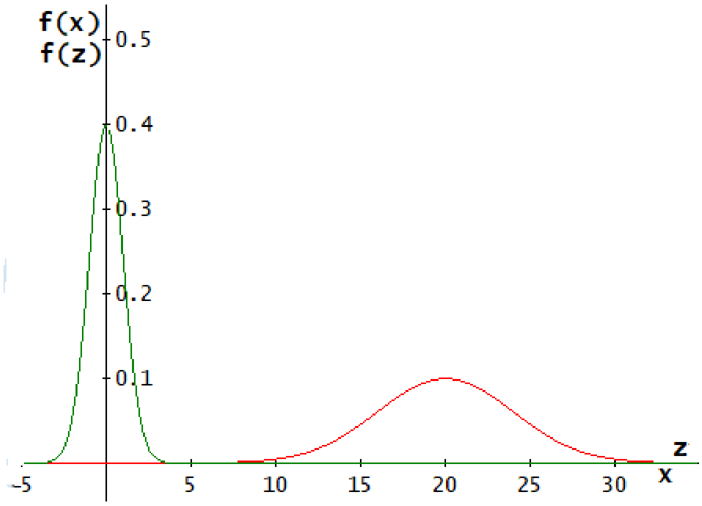
ovvero

$$\#18: \quad \frac{\sqrt{2}\cdot e^{-x^2/32+5\cdot x/4-25/2}}{8\cdot\sqrt{\pi}}$$

il cui grafico è



nello stesso piano cartesiano la standardizzata ha per grafico la curva di colore verde



PROBLEMA
Nella gaussiana di μ=20 e σ=4 calcolare la probabilità che la determinazione x sia compresa nell'intervallo (16,26].

SOLUZIONE

Possiamo, subito, con DERIVE, determinare la probabilità richiesta con la specifica "Calcola, Integrale, Definito, Limite inferiore 16, Limite superiore 26"

$$\#19: \quad \int_{16}^{26} \frac{1}{4\cdot\sqrt{(2\cdot\pi)}}\cdot e^{-(x-20)^2/(2\cdot 4^2)}\, dx$$

clicchiamo il bottone "Visualizza Passaggi"

$$(x^m)^n \rightarrow x^{m\cdot n}\cdot SIGN(x)^{2\cdot FLOOR(1-m,\ 2)\cdot n}$$

$$\#20: \quad \int_{16}^{26} \frac{\sqrt{2}\cdot e^{-x^2/32-25/2}\cdot e^{5\cdot x/4}\cdot SIGN(e^{25/2})}{8\cdot\sqrt{\pi}\cdot SIGN(e^{5\cdot x/4})}\, dx = \frac{ERF\left(\frac{3\cdot\sqrt{2}}{4}\right)+ERF\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{2}$$

illuminiamo il secondo membro dell'uguaglianza #20 e clicchiamo sul bottone "Approssima" e otteniamo il valore numerico richiesto

#21: 0.7745375448

● Ma, nelle scuole medie superiori italiane, in generale, non si studiano forme di integrazione per serie, e quindi bisogna utilizzare la trasformazione della variabile normale assegnata in variabile normale standardizzata, mediante l'equazione

$$\#22: \quad Z := \frac{X - \mu}{\sigma}$$

pertanto i nuovi estremi di integrazione sono rispettivamente -1 e 15, come ora verifichiamo:

$$\#23: \quad Z := \frac{16 - 20}{4} = -1$$

$$\#24: \quad Z := \frac{26 - 20}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Allora, dall'espressione #10, è:

$$\#25: \quad \frac{\mathrm{ERF}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot(-1)}{2}\right)}{2} + \frac{1}{2} = 0.1586552539$$

$$\#26: \quad \frac{\mathrm{ERF}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot 1.5}{2}\right)}{2} + \frac{1}{2} = 0.9331927987$$

quindi il valore della probabilità richiesta è

$$\#27: \quad 0.9331927987 - 0.1586552539 = 0.7745375447$$

che, salvo approssimazioni di calcolo, è proprio il valore della riga # 21.

Mediante le tavole avremmo scritto:

$$F(1.5) - F(-1) = F(1.5) + F(1) = 0.4332 + 0.3413 = 0.7745.$$

Questo valore è uguale, approssimato alla quarta cifra decimale, ai valori delle righe #21 e #15.

OSSERVAZIONE 1. Per provare che nella trasformazione $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$, è $M(z) = 0$ e $VAR(Z) = 1$ bisogna applicare i teoremi:

A) del valore medio: Se X è una $V.C.$ ed a e b sono due costanti reali, anche la variabile $a\ X + b$ è una $V.C.$ e si ha:

$$M(aX + b) = a \cdot M(X) + b$$

B) **della Varianza** :

(1) Se X e Y sono due $V.C.$, si ha:

$$VAR(X \pm Y) = VAR(X) + VAR(Y);$$

(2) Se X è una *v.c.* ed a una costante reale, si ha:

$$VAR(a \cdot X) = a^2 \cdot VAR(X).$$

OSSERVAZIONE 2. La scuola, in generale, usa sistemi sorpassati per risolvere i problemi. *Chi usa nell'industria ancora le tavole aritmetiche, le tavole dei valori naturali delle funzioni goniometriche, le tavole dei logaritmi, le tavole dei valori finanziari e così via*?

OSSERVAZIONE 3. Vediamo, anche dal punto di vista dell'appagamento dell'occhio la equivalenza delle superfici sottese sotto le due curve tra i valori delle Z corrispondenti ai valori delle X, utilizziamo la specifica "Area Under Curve" che riesce a rappresentare la superficie compresa tra una curva e l'asse delle ascisse in uno stabilito intervallo, mediante un colore scelto a piacere.

Per la gaussiana di μ=29 e σ=4, abbiamo

$$\#28: \quad \text{AreaUnderCurve}\left(\frac{1}{4\cdot\sqrt{(2\cdot\pi)}}\cdot e^{-(x-20)^2/(2\cdot 4^2)}, x, 16, 26\right)$$

che in esecuzione porge

$$\#29: \quad \left[\frac{\sqrt{2}\cdot e^{-x^2/32+5\cdot x/4-25/2}}{8\cdot\sqrt{\pi}}, y < \frac{\sqrt{2}\cdot e^{-x^2/32+5\cdot x/4-25/2}}{8\cdot\sqrt{\pi}} \wedge x \le 26 \wedge y > 0 \wedge x \ge 16\right]$$

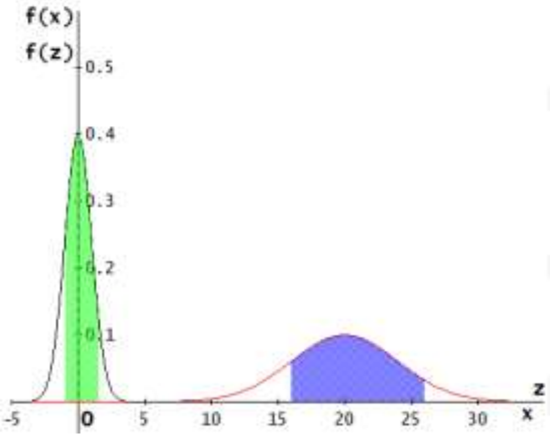
Per l'espressione #23 riportata sulla "Finestra Grafica 2D" scegliamo il colore viola

$$\#30: \quad \text{AreaUnderCurve}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot e^{-z^2/2}}{2\cdot\sqrt{\pi}}, z, -1, 1.5\right)$$

che in esecuzione porge

$$\#31: \quad \left[\frac{\sqrt{2}\cdot e^{-z^2/2}}{2\cdot\sqrt{\pi}}, y < \frac{\sqrt{2}\cdot e^{-z^2/2}}{2\cdot\sqrt{\pi}} \wedge z \le \frac{3}{2} \wedge y > 0 \wedge z \ge -1\right]$$

Per l'espressione #25 riportata sulla "Finestra Grafica 2D" scegliamo il colore verde



cosi la superficie verde sotto la standardizzata è equivalente alla superficie viola sotto la normale assegnata, avendo le due superfici uguale area.

OSSERVAZIONE 4 come abbiamo detto all'inizio l'equazione #3 è una funzione di densità di probabilità perché sono verificate le due condizioni **a)** e **b)**;
La condizione **a)** è pienamente verificata perché è

$$\#32: \quad f(z) > 0$$

in quanto i limiti

$$\#33: \quad \lim_{z \to -\infty} f(z) = 0$$

$$\#34: \quad \lim_{z \to +\infty-} f(z) = 0$$

come si rileva tendono a 0, in particolare a 0^+

Per la condizione **b)**, basta calcolare l'integrale definito di f tra 0 e +∞ perché la funzione è pari e quindi il suo grafico è simmetrico rispetto all'asse y; trattasi di un integrale improprio. Per calcolarlo determiniamo l'integrale definito di f tra 0 ed a>0 e successivamente calcoliamo il limite per a tendente ad infinito:

$$\#35: \quad \int_0^a f(z)\, dz = \frac{\mathrm{ERF}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot a}{2}\right)}{2}$$

$$\#36: \quad \lim_{a \to +\infty-} \frac{\mathrm{ERF}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot a}{2}\right)}{2} = \frac{1}{2}$$

basta raddoppiare questo risultato e il gioco è fatto.

OSSERVAZIONE 5. Ricordiamo, in modo sintetico, che:

- un **integrale indefinito** è una funzione, anzi una infinità di funzioni che differiscono per costanti additive;
- un **integrale definito** è un numero e solo in determinate condizioni può esprimere un'area;
- un **integrale improprio** è un limite.