

ROTAZIONE DI POLIGONI ATTORNO AD UN PUNTO

In particolare lavoro sul piano cartesiano facendo ruotare figure piane attorno all'origine degli assi cartesiani.

Entro in ambiente **DERIVE.6**

Definisco la funzione triangolo inserendo nella "Finestra Algebra", ovvero sul "display", la funzione

#1: TRIANGOLO(P, Q, R) := [P, Q, R, P]

Inserisco le coordinate dei tre vertici di un triangolo:

#2: A := [-1, 2]

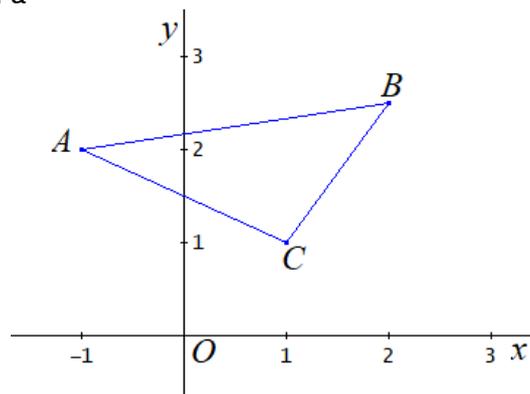
#3: B := [1, 1]

#4: C := $\left[2, \frac{5}{2}\right]$

applico a questi punti la funzione #1

#5: TRIANGOLO(A, B, C)

entro nella "Finestra Grafica 2D" e clicco sul bottone "traccia grafico", ed appare la seguente figura



►Mi propongo di ruotare il triangolo attorno all'origine degli assi cartesiani. E' necessario prima imparare a ruotare un punto, di un angolo α , attorno all'origine: basta moltiplicare il vettore delle coordinate di quel punto per la seguente matrice di rotazione:

#6:
$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

e, definire la "funzione RUOTA"

#7:
$$\text{RUOTA}(P, \alpha) := \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot P$$

così, per esempio, per ruotare il punto A di 60° , implemento

#8: RUOTA(A, 60°)

in esecuzione è

#9:
$$\left[-\sqrt{3} - \frac{1}{2}, 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

indico questo punto, in figura, con A'
 Così pure per un'altra rotazione del punto A

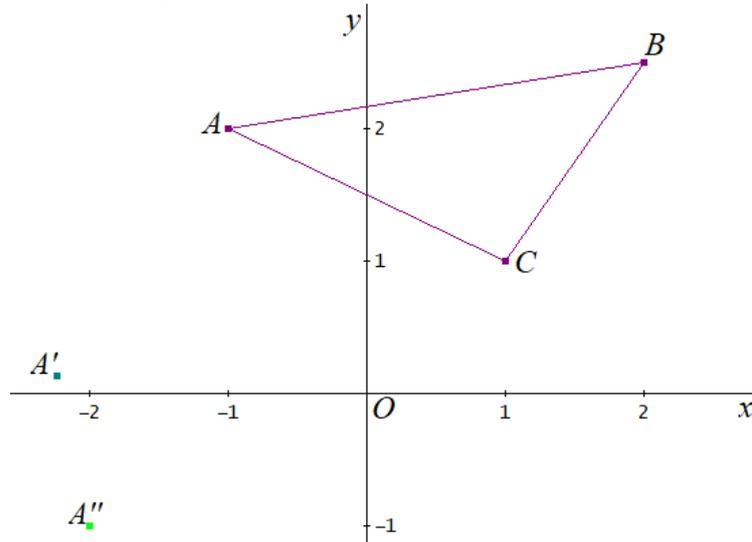
#10: $\text{RUOTA}\left(A, \frac{\pi}{2}\right)$

in esecuzione è

#11:

$[-2, -1]$

indico questo punto, in figura, con A''



i punti A , A' , A'' sono situati sulla circonferenza di centro O e raggio OA .

► Ora definisco la funzione "RUOTA FIGURA":

#12: $\text{RUOTA_FIG}(v, \alpha) := \text{VECTOR}(\text{RUOTA}(v, \alpha), i, 1, \text{DIM}(v))$

NOTA. L'argomento " $\text{RUOTA}(v, \alpha)$ " è il comando che fa ruotare il vertice i -esimo di un angolo α .

Applico la funzione #12 al triangolo ABC con una rotazione di 45°

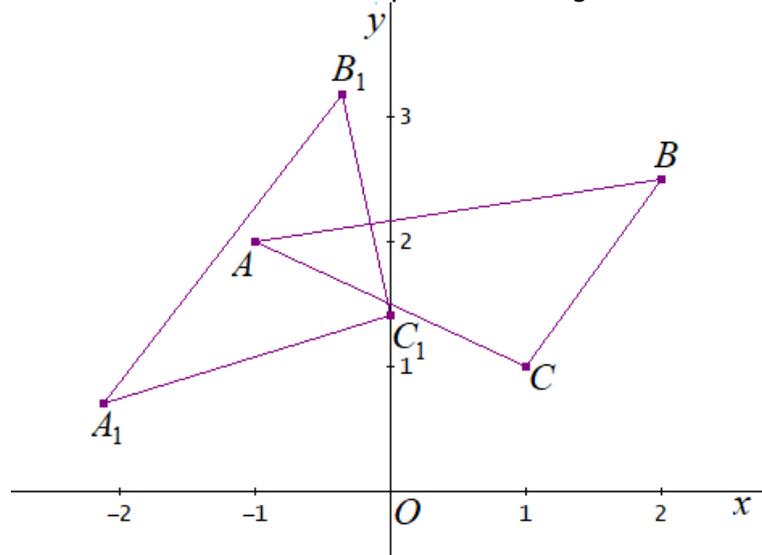
#13: $\text{RUOTA_FIG}(\text{TRIANGOLO}(A, B, C), 45^\circ)$

in esecuzione è

#14:

$$\begin{bmatrix} -\frac{3\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & \sqrt{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{9\sqrt{2}}{4} \\ -\frac{3\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

riporto i dati della matrice #14 sul precedente grafico



► Definisco la funzione che fa ruotare il triangolo tra due estremi scelti a piacere con un passo, anch'esso scelto a piacere, per esempio:

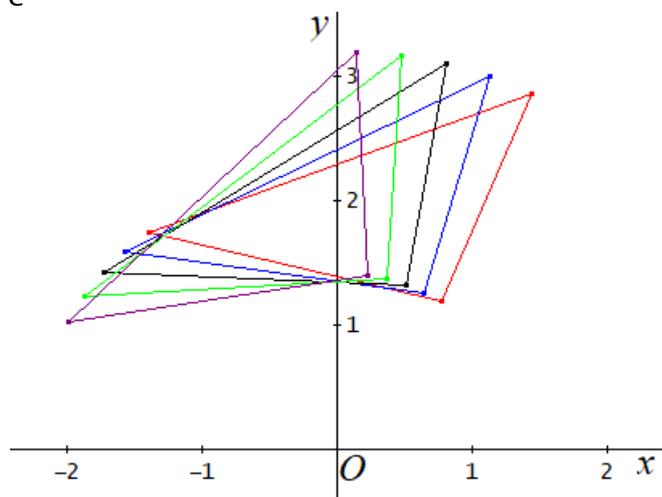
- estremo inferiore 12° ,
- estremo superiore 36° ,
- passo 6° :

#15: VECTOR(RUOTA_FIG(TRIANGOLO(A, B, C), n), n, 12° , 36° , 6°)

in esecuzione è

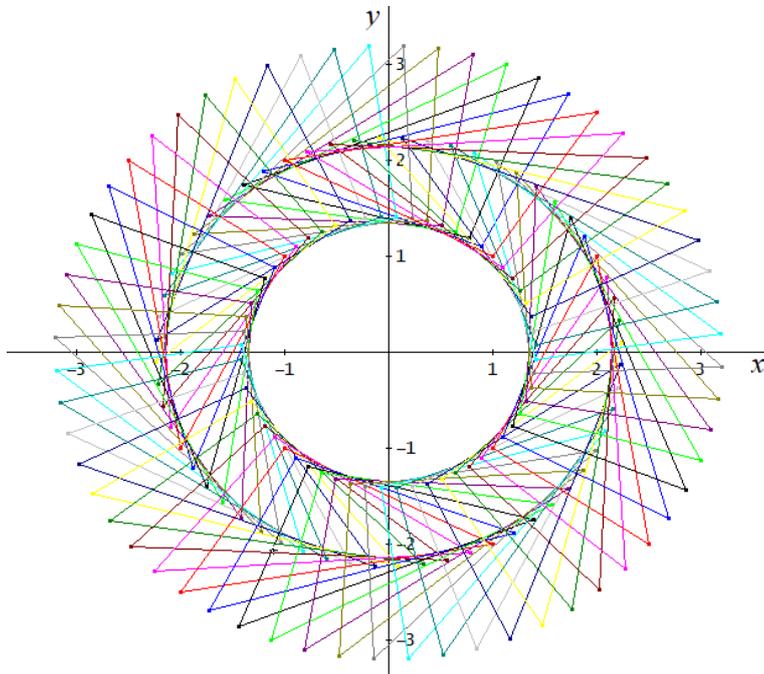
$$\#16: \left[\begin{array}{cc} -1.393970982 & 1.74838351 \\ 0.7702359099 & 1.186059291 \\ 1.436515974 & 2.861192383 \\ -1.393970982 & 1.74838351 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cc} -1.569090505 & 1.593096038 \\ 0.6420395219 & 1.26007351 \\ 1.129570546 & 2.995675279 \\ -1.569090505 & 1.593096038 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cc} -1.727018743 & 1.420354272 \\ 0.5068088145 & 1.3202821 \\ 0.8102493075 & 3.09733693 \\ -1.727018743 & 1.420354272 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cc} -1.866025403 & 1.232050807 \\ 0.3660254037 & 1.366025403 \\ 0.4820508075 & 3.165063509 \\ -1.866025403 & 1.232050807 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cc} -1.984587498 & 1.030248736 \\ 0.221231742 & 1.396802246 \\ 0.148570858 & 3.19811299 \\ -1.984587498 & 1.030248736 \end{array} \right]$$

il cui grafico è



Cambio il passo; per questioni di spazio non riporto l'esecuzione, ma solo il grafico

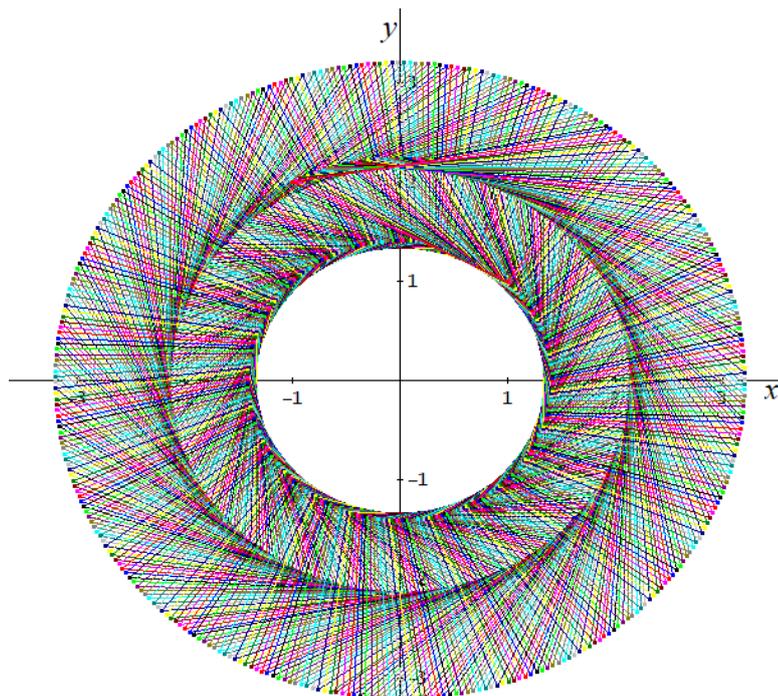
#17: VECTOR(RUOTA_FIG(TRIANGOLO(A, B, C), n), n, 0°, 360°, 6°)



Cambio nuovamente il passo

#18: VECTOR(RUOTA_FIG(TRIANGOLO(A, B, C), n), n, 0°, 360°, 1°),

ed ecco il grafico



■ Rotazione di un pentagono.

Eseguo tutti i passaggi precedenti dopo avere implementato la funzione pentagono e le coordinate, a piacere, dei suoi vertici

#19: PENTAGONO(P, Q, R, S, T) := [P, Q, R, S, T, P]

#20: D := [-2, -2]

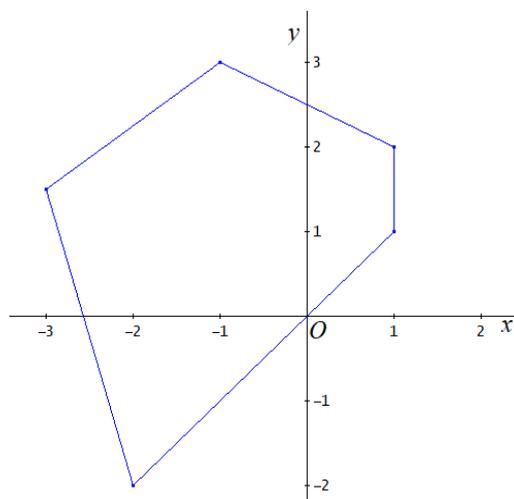
#21: E := [1, 1]

#22: F := [1, 2]

#23: G := [-1, 3]

#24: H := $\left[-3, \frac{3}{2} \right]$

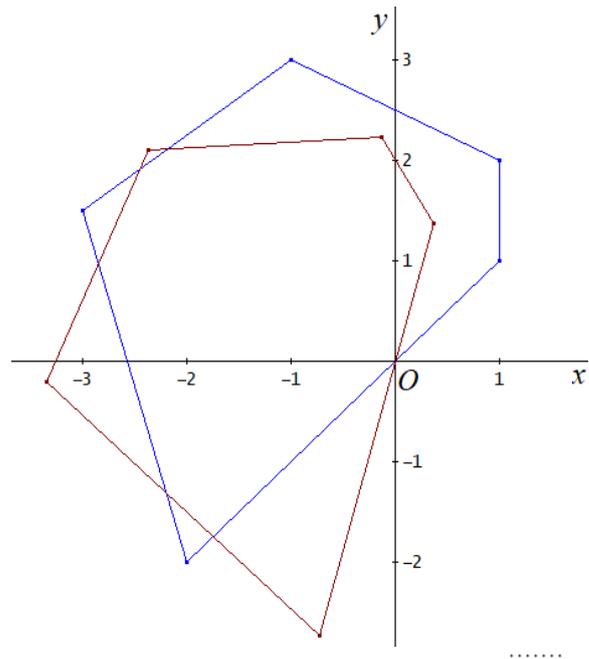
#25: PENTAGONO(D, E, F, G, H)



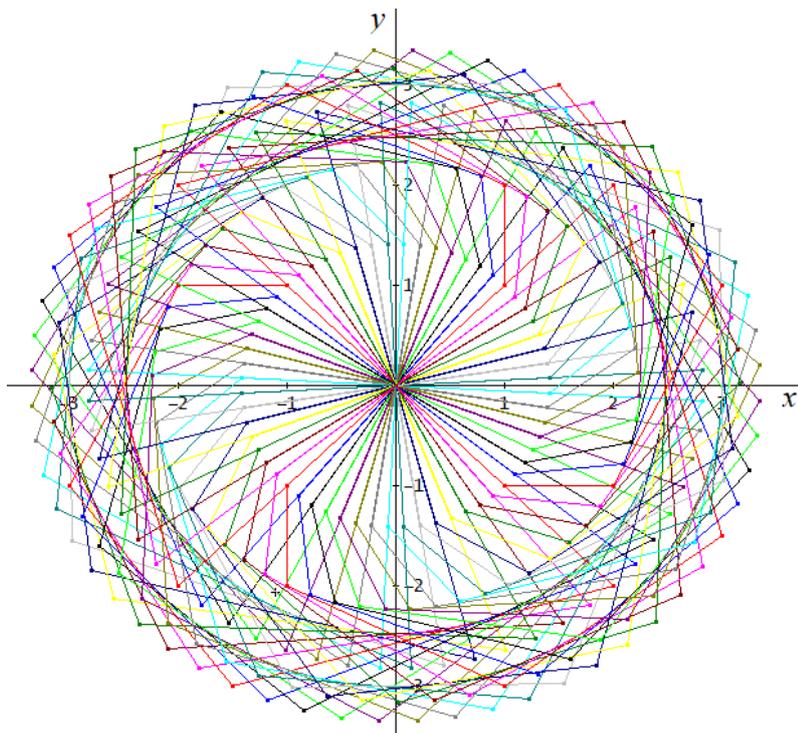
#27: RUOTA_FIG(PENTAGONO(D, E, F, G, H), 30°)

#28:

$$\begin{bmatrix} 1 - \sqrt{3} & -\sqrt{3} - 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 & \sqrt{3} + \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2} & \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \\ -\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{3}{4} & \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4} - \frac{3}{2} \\ 1 - \sqrt{3} & -\sqrt{3} - 1 \end{bmatrix}$$



#29: VECTOR(RUOTA_FIG(PENTAGONO(D, E, F, G, H), n), n, 0°, 360°, 6°)



#30: VECTOR(RUOTA_FIG(PENTAGONO(D, E, F, G, H), n), n, 0°, 360°, 1°)

