QUESTIONE

Esistono paralleli su cui si può effettuare la circumnavigazione del globo senza incontrare terre emerse?

RISPOSTA

Cerchiamo, se esistono, due paralleli che definiscano una striscia di un certo $\Delta\varphi$ nella quale non esistono terre emerse.

Allo scopo, rilevo le due seguenti latitudini:

●il punto più a sud del nuovo continente è Capo Horn di latitudine φ_1=55°58’48’’*S*;

●il punto più a nord dell’Antartide ha latitudine φ_2=66°33’49’’*S*.

Pertanto la striscia cercata esiste; essa è situata nell’emisfero sud e ha ampiezza $\Delta\varphi$=10°35’01’’, (compresa tra φ_1 e φ_2) ed è in uno dei paralleli in essa contenuto in cui si può effettuare la circumnavigazione.

Si tratta della teoria della navigazione per parallelo che costituisce uno dei primi esercizi nell’insegnamento della navigazione, dopo quelli che riguardano la navigazione per equatore e per meridiano.

Gli elementi necessari a risolvere il problema della navigazione per parallelo sono riportati nella seguente figura:

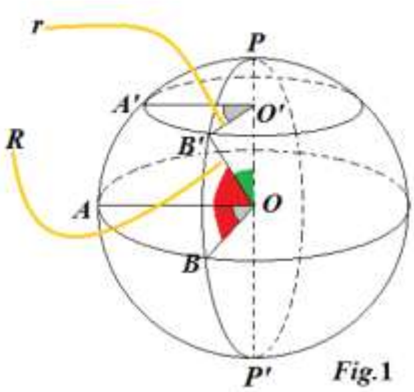


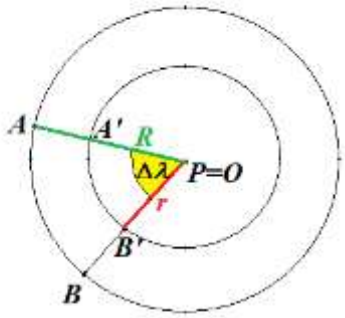
Fig.1

in essa, è:

- l’arco di parallelo *A’B’* avente latitudine φ (angolo di colore rosso in figura) e l’arco di equatore *AB* compresi tra gli stessi meridiani *PAP’* e *PBP’*;
- l’angolo diedro tra i due piani meridiani *PAP’* e *PBP’* che è la variazione di longitudine (in figura è l’angolo di colore grigio);
- *R* è il raggio della sfera terrestre;
- *r* è il raggio del parallelo considerato.

Il preliminare per determinare la relazione che lega l’arco di parallelo *A’B’* con il simile arco di equatore *AB* è la seguente proprietà geometrica: *il rapporto tra due archi di circonferenza simili appartenenti a due circonferenze aventi raggi diversi è uguale al rapporto tra i rispettivi raggi.*

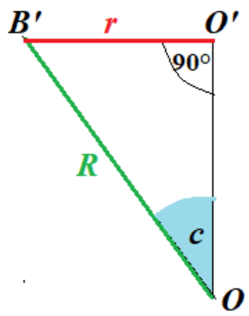
Nella seguente figura viene riportata la *Fig*.1 in proiezione ortografica equatoriale con punto di vista all'infinito, nel senso che va da *P* a *P'*.



Da essa, per la precedente proprietà di geometria, è:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{R}{r}; \qquad (1)$$

Nella *Fig*.1 consideriamo il triangolo *B'O'O*, rettangolo in *O'*:



nel quale *c* è la colatitudine; dalle relazioni goniometriche degli elementi di un triangolo rettangolo, è:

$$r = R \cdot \sin c \quad \Rightarrow \quad r = R \cdot \cos\varphi$$

da cui:

$$\frac{R}{r} = \frac{1}{\cos\varphi} \qquad (2)$$

Dal confronto della (2) con la (1), à:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{\cos\varphi},$$

da cui:

$$A'B' = AB \cdot \cos\varphi \qquad (3)$$

pertanto, "*la lunghezza di un arco di parallelo è uguale alla lunghezza del simile arco di equatore moltiplicata per il coseno della latitudine di quel parallelo*".

► Tra gli infiniti paralleli che soddisfano la domanda , consideriamo quella di latitudine 60°*S*; tenuto conto che la lunghezza di una circonferenza massima sulla Terra è $21\cdot600$ *mg* e quindi è tale anche la lunghezza dell’equatore, per la (3), la lunhgezza del parallelo alla latitudine 60° (sia di nome nord che di nome sud, percorribile da una nave solo il secondo dei due) e che il coseno di 60° è $\frac{1}{2}$, la lunghezza della circumnavigazione risulta di $\left(21\,600 \cdot \frac{1}{2}\right) mg = 10\,800 mg$.

Ed ecco sulla carta di Mercatore il parallelo di latitudine 60° *S*, della circumnavigazione: