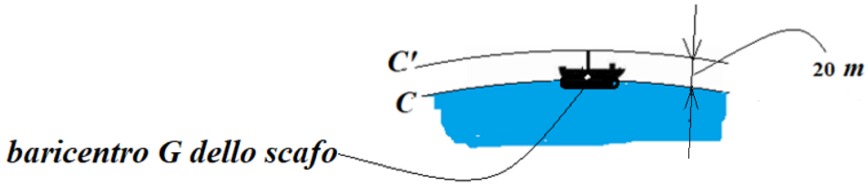
PROBLEMA.

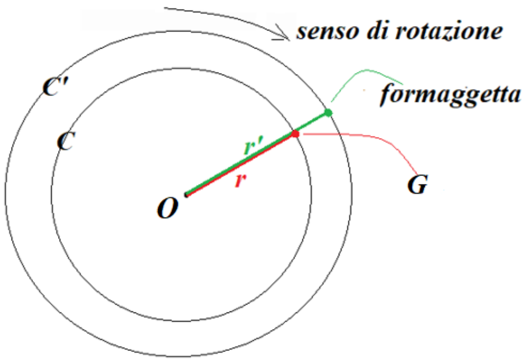
Quanto cammino percorre di più la formaggetta dell'albero rispetto allo scafo che percorra una circonferenza massima della Terra considerata perfettamente sferica?

SOLUZIONE.

Premetto che dire "lo scafo" è un po' generico, quindi è bene riferirsi ad un punto specifico dello scafo. Pertanto suppongo che il percorso di tutta la circonferenza massima sia riferito al baricentro *G* dello scafo supposto posizionato sul piano della linea d'acqua e la formaggetta dell'albero disti di 20 metri da questo.



Suppongo inoltre che la nave sia a propulsione atomica tale che non modifichi la sua immersione durante la navigazione, cosa che avverrebbe se la nave fosse a propulsione meccanica; pertanto il baricentro *G*, in questa ipotesi, permarrebbe sul piano della linea d'acqua.



Nella precedente figura ho rappresentato sovrapposti i due raggi:

- *r* raggio della Terra (considerata perfettamente sferica) infatti il baricentro *G* è, per ipotesi, sulla superficie sferica acquea,
- *r'* raggio della circonferenza, concentrica a quella massima della Terra, percorsa dalla formaggetta dell'albero;

essi ruotano solidamente insieme e quindi hanno la stessa velocità angolare, diversa invece è la velocità periferica: maggiore quella della formaggetta rispetto a quella del baricentro dello scafo.

Analiticamente è:

- cammino percorso dal baricentro *G*:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

- cammino percorso dalla formaggetta dell'albero

$$C' = 2 \cdot \pi \cdot (r + 20)$$

- differenza dei due cammini

$$C' - C = 2 \cdot 20 \cdot \pi \cong 125.7m.$$

NOTA. Posso pensare che la nave in oggetto sia la Savannah, prima nave mercantile a propulsione nucleare, varata nel 1959 allo scopo di promuovere l'uso pacifico dell'energia nucleare.

►Alcuni dati

Passeggeri 60;

equipaggio 110;

bale cubica (spazio disponibile per il carico nelle stive di una nave misurato in piedi cubi) - 746.200 piedi cubi di capacità di carico;

autonomia stimata in 300.000 miglia nautiche durante un periodo di 3,5 anni (52.000 megawatt giorni) senza rifornimento;

lunghezza - 545 piedi tra le perpendicolari, 595.5 piedi complessivi;

pescaggio – 29.5 piedi (a pieno carico), 18.5 piedi (scarica);

dislocamento - 22.000 tonnellate (a pieno carico), 12.000 tonnellate (scarica);

peso morto - 9.990 tonnellate, capacità di carico 9.400 tonnellate;

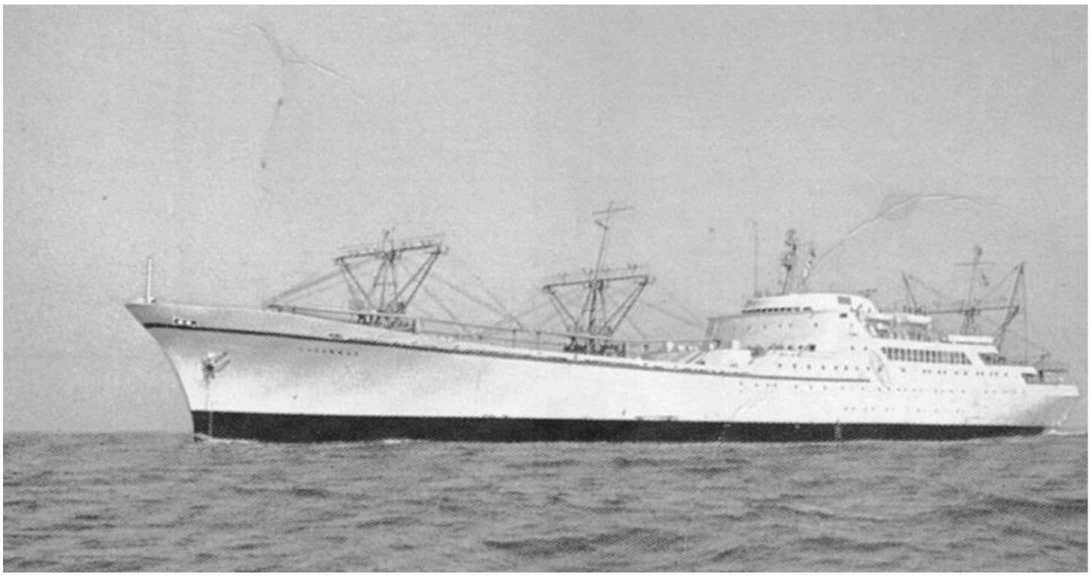
potenza - 20.000 shp (normale), 22.000 shp (massimo);

Velocità - 21 nodi (normale);

motore: turbina a vapore DeLaval, 20.000 cavalli albero normale, doppia riduzione orientata al singolo albero (22.000 cavalli massimo);

elica: Cinque pale, nichel-manganese-bronzo.

Costruzione: New York Shipbuilding Corporation, Camden, New Jersey, contratto firmato dalla Commissione per l'energia atomica e dall'amministrazione marittima il 10 dicembre 1957, prezzo - $ 20.908.774; chiglia posata dalla signora Richard M. Nixon, moglie del Vice Presidente degli Stati Uniti d'America, 22 maggio 1958 (Giornata marittima); lanciato il 21 luglio 1959, con la signora Dwight D. Eisenhower, moglie del Presidente degli Stati Uniti d'America, come sponsor; il combustibile per reattori fu collocato all'inizio del 1960; seguirono ampie prove in banchina e in mare.



►Questo problema me ne fa ricordare un altro la cui soluzione è **inattendibile**.

Tanti anni or sono, si parla del 1972, feci domanda di assunzione in una azienda; un commissario d'esame proveniente dagli Stati Uniti mi pose il seguente quesito:

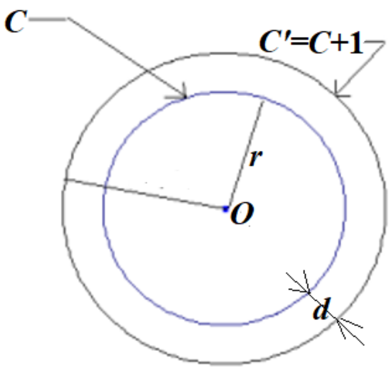
"Supponga la Terra perfettamente sferica e immagini di avere un filo inestensibile di lunghezza pari ad 1 metro di più della lunghezza dell'equatore e di poterlo disporre concentrico all'equatore.

La domanda è: ***tra le due circonferenze equatore-filo passa un gatto***? Ovviamente si parla di un gatto domestico e quindi di normali dimensioni."

Sinceramente a primo acchito la mia risposta sarebbe stata negativa, ma ho anche pensato che la domanda potesse nascondere qualche cosa che, a prima vista, non fosse facilmente rilevabile.

Non potendo disporre di nessun strumento di calcolo cominciai a pensare, ma quasi subito capii che avrei dovuto servirmi di un'equazione.

Così, disponendo solo di un foglio e di una penna, feci il seguente disegno



nel quale ho indicato con:

- C la lunghezza della circonferenza equatoriale espressa in metri;
- C' la lunghezza del filo disposto concentricamente attorno alla circonferenza equatoriale (le due circonferenze hanno lo stesso centro *O*);
- r il raggio dell'equatore;
- $r + d$ il raggio della circonferenza creata col filo;
- d la distanza tra le due circonferenze (così dette parallele) ovvero la differenza tra i due raggi.

Ricordando che la lunghezza *C* di una circonferenza avente raggio *r* è uguale al prodotto del suo diametro $2 \cdot r$ moltiplicato per π, è $C = 2 \cdot \pi \cdot r$.

Nel caso del problema, è:

- lunghezza dell'equatore $C = 2 \cdot \pi \cdot r$ (1)
- lunghezza della circonferenza costruita col filo $C' = 2 \cdot \pi \cdot (r + d)$ (2)

La condizione data è:

$$C' = C + 1 \qquad (3)$$

Per dare la risposta basta soddisfare la condizione data, cioè la (3), nella quale sostituisco la (1) e la (2):

$$2 \cdot \pi \cdot (r + d) = 2 \cdot \pi \cdot r + 1$$

eseguo la moltiplicazione al primo membro:

$$\cancel{2 \cdot \pi \cdot r} + 2 \cdot \pi \cdot d = \cancel{2 \cdot \pi \cdot r} + 1$$

per cui rimane l'equazione in cui l'unica incognita è la distanza *d* tra le due circonferenze

$$2 \cdot \pi \cdot d = 1$$

la cui soluzione è

$$d = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cong 0.159154943m \cong 0.16m$$

pertanto la distanza delle due circonferenze (parallele) è di circa 16 cm e quindi un gatto normale passerebbe tranquillamente tra le due circonferenze.

OSSERVAZIONE 1. Se avessi avuto a disposizione una calcolatrice tascabile, immediatamente, considerando la lunghezza dell'equatore pari a $40'000'000m$, avrei eseguito il seguente calcolo:

$$40'000'001:(2\cdot\pi) - 40'000'000:(2\cdot\pi) \cong 0.15915m \cong 0.16m$$

OSSERVAZIONE 2.

Arrivato a casa ho meditato sul quesito che mi era stato posto e ho fatto la seguente considerazione:

Dal risultato emerge che il valore ottenuto d è indipendente dal raggio r della circonferenza attorno a cui si pone concentricamente il filo di lunghezza maggiorata di 1 metro, bensì dipende solo dal metro di incremento; pertanto la distanza d tra due qualunque circonferenze concentriche di cui la lunghezza di quella esterna supera di k metri quella interna, è sempre:

$$d = \frac{k}{2\cdot\pi}. \qquad (4)$$

Nel nostro caso se k fosse:

- 2 metri, la distanza tra le due circonferenze sarebbe $d = \frac{2}{2\pi} \cong 0.32m$,
- 3 metri, la distanza tra le due circonferenze sarebbe $d = \frac{3}{2\pi} \cong 0.48m$.

OSSERVAZIONE 3.

Prova pratica: prendo uno spago di lunghezza *l cm* a piacere (per esempio, pari a 60 *cm*) ed uno di lunghezza pari a *l cm* più 1 metro (160 cm) e li dispongo sul pavimento a forma di circonferenza tali che le due circonferenze risultino pressoché concentriche, la lettura della distanza tra le due circonferenze risulterà di circa 16 *cm*.

OSSERVAZIONE 4.

Ad esempio, per $k = 70$ *m*, la (4) diventa:

$$d = \frac{k}{2\cdot\pi} = \frac{70}{2\cdot\pi} \cong 11.14084602m;$$

dividendo questo numero per 70, ottengo

$$11.14084602m : 70 \cong 0.159154943m$$

che è il valore di d (precedentemente calcolato) approssimato alla nona cifra decimale.