PROBLEMA **(Testo del Prof. Manlio Milazzo)**

Si supponga la Terra interamente circondata dalle acque e quindi ovunque navigabile. In questa ipotesi si consideri una nave che effettua la seguente navigazione:

- **percorso *AB*=1200*mg* con rotta vera** $R_V = 180°$**,**
- **percorso *BC*=1200*mg* con rotta vera** $R_V = 90°$**,**
- **percorso *CD*=1200*mg* con rotta vera** $R_V = 0°$**.**

Determinare la latitudine dei punti *A*, *B*, *C*, *D* sapendo che *A* e *D* coincidono.

SOLUZIONE

Anzitutto calcoliamo i limiti delle latitudini entro cui ha validità il problema. Allo scopo consideriamo i due paralleli aventi lunghezza 1200 *mg*, rispettivamente di latitudine nord e sud.

Ricordiamo la relazione che esiste tra un arco *m* di parallelo, ad una certa latitudine φ, ed il corrispondente arco di equatore $\Delta\lambda$:

$$\frac{m}{\Delta\lambda} = \cos\varphi \,. \qquad (1)$$

Nell'equazione (1) *m* e $\Delta\lambda$, sono espressi in primi d'arco e la latitudine φ in gradi sessagesimali.

In essa, note due variabili, rimane univocamente determinabile la terza; nel nostro caso sono note:

- m =1200 *mg* (ovvero 1200'),
- $\Delta\lambda$=360°=21600';

per cui, dalla (1), abbiamo:

$$\cos\varphi = \frac{1200'}{21600'} = \frac{1}{18} \qquad \Rightarrow \qquad \varphi = \arccos\frac{1}{18} \cong 86°48'55'' \,;$$

ed allora i due paralleli limiti sono:

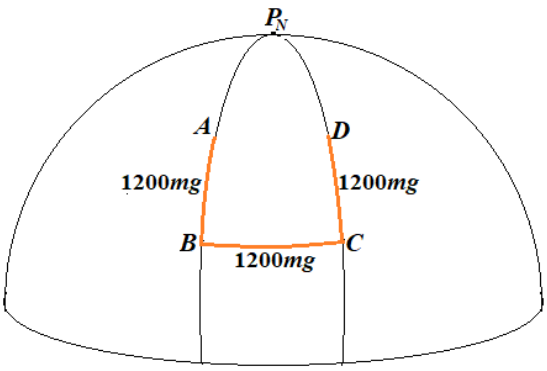
$$\varphi_1 = 86°48'55''\,N$$

$$\varphi_2 = 86°48'55''\,S \,.$$

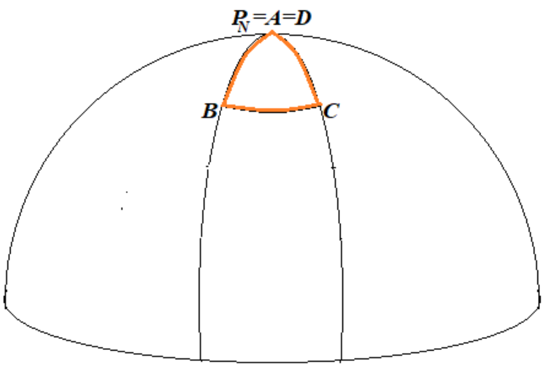
Il problema ha soluzione nella zona sferica avente per basi i paralleli, **inclusi**, di latitudini φ_1 e φ_2

►Per quanto concerne l'**emisfero boreale,** la soluzione è quella di un triangolo (non sferico) avente per vertici i punti *B*, *C* e $A \equiv D \equiv P_N$.

Infatti, se non vi fosse la condizione della coincidenza dei punti *A* e *D*, la situazione sarebbe rappresentata dalla seguente figura



Ma, la particolare situazione (tutti i meridiani passano per i poli geografici) impone che i due punti *A* e *D* coincidano col polo nord geografico e quindi la situazione è rappresentata dalla seguente figura



Per quanto concerne le latitudini dei punti *A*, *B*, *C*, *D*, si ha:

$$\varphi_A = \varphi_D = \varphi_{P_N} = 90°N\ ,$$

e, tenuto conto che 1200’ di meridiano corrispondono a 20°, è:

$$\varphi_B = \varphi_C = (90-20)°N = 70°N$$

Le longitudini sono indeterminate perché non è stata assegnata nessuna longitudine, di conseguenza le soluzioni sono infinite per l’esistenza infinita dei meridiani. Possiamo determinare solo la variazione di longitudine mediante l’equazione (1):

$$\Delta\lambda = \frac{m}{\cos\varphi} = \frac{1200'}{\cos 70°} \cong (3508.65)'E \cong 58°28'34''E$$

OSSERVAZIONE. Il nome EST della variazione di longitudine è giustificato dalla rotta orientale che la nave segue nel tratto *BC*.

►Per quanto concerne l’**emisfero australe,** operiamo come segue:

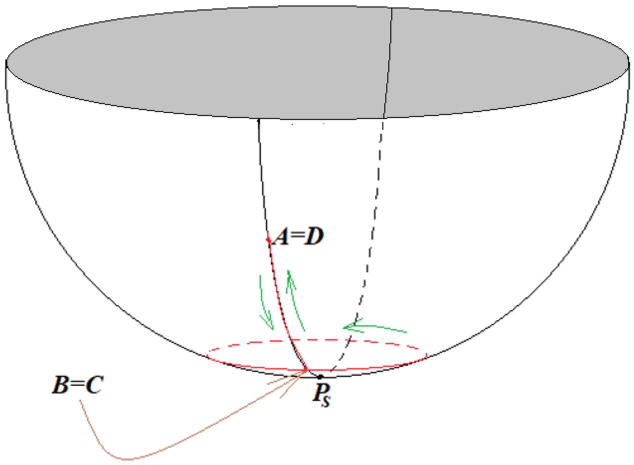
- tracciamo il parallelo di latitudine $\varphi_2 = 86°48'55''S$,
- da un punto (indichiamolo con la lettera *B*) qualunque di questo parallelo tracciamo il corrispondente meridiano,
- dal punto *B*, sul suo meridiano, stacchiamo un arco *BA* di lunghezza 1200mg.

E ora consideriamo la nave che, inizialmente posta nel punto *A*, percorra:

- il tratto *AB* =1200mg $(R_V = 180°)$

- tutto il parallelo di latitudine $\varphi_2 = 86°48'55''S$, con rotta orientale, tornando quindi nel punto *B* che ora indichiamo con *C*,
- il tratto del precedente arco di meridiano con rotta settentrionale, tornando al punto *A* che ora indichiamo con la lettera *D*.

La seguente figura evidenzia graficamente la pianificazione della navigazione



Per quanto concerne le latitudini dei punti *A*, *B*, *C*, *D*, si ha:

$$\varphi_B = \varphi_C = \varphi_2 = 86°48'55''S$$

$$\varphi_A = \varphi_D = (86°48'55'' - 20°)S = 66°48'55''S$$

La variazione della longitudine durante tutta la navigazione è:

$$\Delta\lambda = 360°E \; .$$