

ALCUNE CONSIDERAZIONI SULLA CARTOGRAFIA

PREMESSA. Una carta geografica o mappa è una rappresentazione piana della superficie sferica della Terra o di una sua parte.

Tra le superfici di figure geometriche solide che possono essere sviluppate esattamente non rientra certamente la superficie sferica o ellissoidica, pertanto la superficie terrestre non può essere sviluppata senza subire distorsioni.

La rappresentazione della superficie terrestre (o parte di essa) su un piano costituisce la **cartografia**: le proiezioni cartografiche sono il risultato di trasformazioni geometriche e matematiche atte a trasformare piana la superficie sferica terrestre.

I vari metodi che si impiegano per costruire una mappa dipendono dall'uso che se ne deve fare; tali metodi sono detti **proiettivi** perché per tutti si ricorre ad una proiezione; si distinguono i metodi:

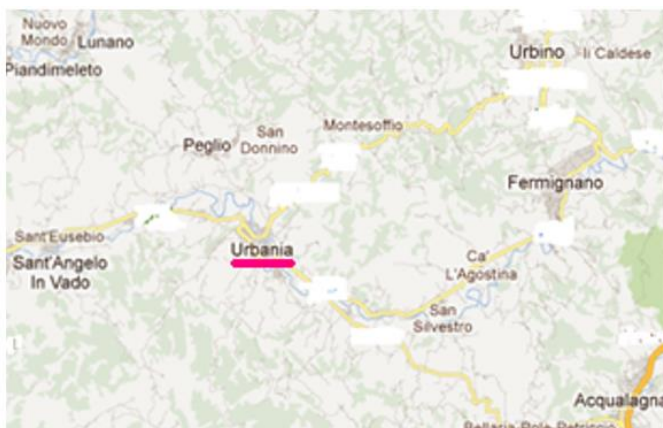
- **prospettivi** se la proiezione della superficie terrestre viene compiuta direttamente su un piano,
- **di sviluppo** se la proiezione viene compiuta su una superficie sviluppabile (cilindrica o conica).

NOTA. La più antica proiezione cartografica è la **gnomonica**, sviluppata da Talete nel 6° secolo a.C. Essa si ottiene proiettando la superficie terrestre dal centro della Terra su un piano tangente in un punto opportunamente scelto, appartenente alla superficie sferica terrestre stessa. La sua peculiarità è quella di rappresentare i **cerchi massimi** della superficie terrestre tramite **rette**.

► Nelle scuole, in generale, il mappamondo o parte di esso viene rappresentato mediante la proiezione di Mercatore.

E' bene ricordare **Gerhard Mercator** (Rupelmonde nelle Fiandre 1512 – Duisburg 1594):

- non solo per il grande apporto dato alla navigazione avendo, nel 1569, ideato una proiezione cartografica cilindrica centrale modificata, tale da renderla isogonica; questa proprietà consente che qualunque angolo sulla superficie sferica terrestre sia rappresentato sulla carta da un angolo uguale ed allora permette di rappresentare le lossodromie con segmenti, mantenendo così le rotte (ed è per questo che tale proiezione è detta **carta marina**);
- ma anche per i due **globi** che ha costruito con legno di quercia e dipinti a mano, uno rappresentante la **sfera terrestre** (costruito nel 1541), l'altro la **sfera celeste** (costruito nel 1551), entrambi custoditi nel museo civico di Urbania, vanto di quella città delle Marche sia per la rarità dei due reperti che per la grandiosità del loro costruttore (vedi figure)

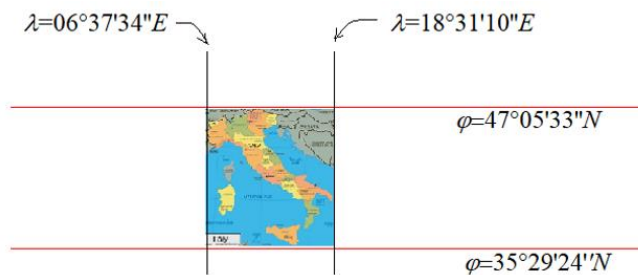


Ma, ahimè la carta di Mercatore distorce moltissimo le estensioni dei continenti e quindi di parti di essi.

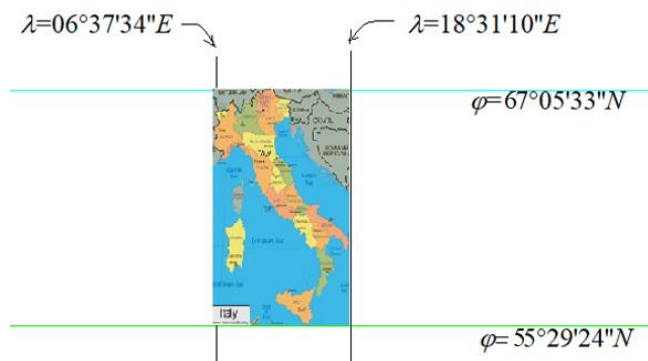
► Portiamo un esempio: i punti estremi dell'Italia politica sono:

- riguardo alla **latitudine** (simbolo φ):
 1. punta Pesce Spada (o capo Maluk) sull'isola di Lampedusa $\varphi = 35^\circ 29' 24'' N$,
 2. Vetta d'Italia sulle Alpi del Trentino Alto Adige $\varphi = 47^\circ 05' 33'' N$;
- riguardo alla **longitudine** (simbolo λ):
 1. sulle Alpi Cozie $\lambda = 6^\circ 37' 34'' E$,
 2. faro di Capo d'Otranto $\lambda = 18^\circ 31' 10'' E$.

Nella seguente figura l'Italia è come appare sulla carta di Mercatore:



Se, invece l'Italia fosse traslata in latitudine di 20° verso nord, apparirebbe sulla carta di Mercatore come nella seguente figura



Ed ecco due, tra le tante, distorsioni:

- la Groenlandia appare estesa quanto l'Africa che in realtà è circa 15 volte più estesa,
- la Russia assieme al Canada sembra che occupino circa un quarto della superficie terrestre, contrariamente ad occupare, in realtà, solo il 5%.

Così si rileva che i paesi più vicini ai poli (Europa, Stati Uniti, Asia settentrionale) appaiono molto più grandi rispetto alla loro vera estensione, contrariamente ai paesi più vicini all'equatore (alcuni stati dell'Africa) che appaiono più vicini alle proprie estensioni.

► E' da attribuirsi a James Gall l'idea di costruire una mappa che avesse la giusta proporzionalità dei continenti.

James Gall (27 settembre 1808 –7 febbraio 1895), era sacerdote scozzese, ma era anche un cartografo, nonché astronomo, scultore, editore e scrittore.

Da cartografo dà il nome a tre sue proiezioni:

- Gall isografica,
- Gall stereografico,
- Gall ortografico.

In qualità di astronomo Gall studiava le costellazioni e, a riguardo, sviluppò una proiezione ortografica derivata dalla proiezione cilindrica di uguale area di Lambert, per sviluppare la sfera celeste su un piano in modo da evitare di distorcere le forme delle costellazioni. Ha anche applicato questa tecnica alla creazione di mappe terrestri come un modo per creare una mappa piatta della superficie sferica terrestre.

Johann Heinrich Lambert (1728 – 1777), matematico, fisico e astronomo svizzero, contemporaneo di Eulero, viene ricordato come cartografo, in particolare, per la sua **proiezione conica conforme** che venne spesso usata anche in navigazione aerea; questa proiezione consiste nel sovrapporre un cono alla sfera terrestre, con due paralleli di riferimento che la intersecano. Così facendo viene minimizzata la distorsione derivante dal proiettare superfici tridimensionali su due dimensioni: non c'è distorsione lungo i paralleli di riferimento, mentre la stessa aumenta man mano che ci si allontana da essi.

Fu anche prolifico matematico ed una sua peculiarità è quella di essere stato il pioniere della geometria non euclidea

► E, così arriviamo a **Arno Peters** (1916 -2002), storico e cartografo tedesco. La sua celebrità dipende soprattutto per avere ideato una proiezione cartografica della superficie terrestre pubblicata nel 1973 nella quale vengono rispettate le proporzioni tra le varie regioni del mondo.

Questa carta prende il nome dei due cartografi Gall e Peters, si chiama infatti **proiezione di Gall-Peters**, perché Gall Orthographic è stato reinventato da Arno Peters nel 1967 e adottato da organizzazioni come l'UNESCO. In riconoscimento di entrambi gli uomini la carta è appunto chiamata proiezione di Gall-Peters.

La Carta di Gall-Peters è realizzata per mantenere le proporzioni dei continenti, attraverso una scomposizione del mondo in 100 parti orizzontali e 100 verticali (nella versione originale il rapporto di scala di 1:635.500.000, ossia un centimetro quadrato equivale a 63.550 km quadrati di superficie reale) e a una rappresentazione che mantiene sempre ortogonali, su un piano a due dimensioni, i meridiani e i paralleli. Come ogni proiezione, anche questa perde precisione sotto alcuni punti di vista ed in particolare nella precisione della rappresentazione delle distanze verticali.

► Domanda: “la proiezione di Mercatore è vera?”

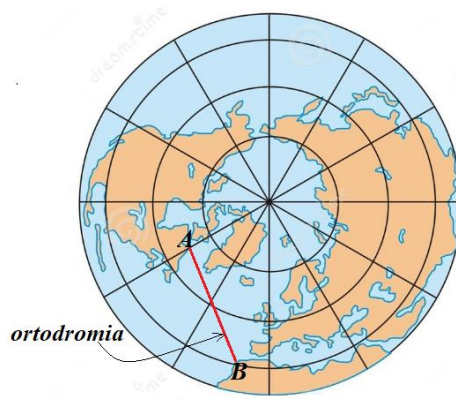
Rispondo a questa domanda in modo analogo come si è comportato Jules Henri Poincaré (1854-1912), matematico e fisico teorico all'interrogativo " *la geometria euclidea è vera?*"

La risposta è stata “*Non ha senso chiedersi se la geometria euclidea è vera; sarebbe come chiedersi se il sistema metrico è vero e le antiche misure false, se le coordinate cartesiane sono vere e quelle polari sono false. Una geometria non può essere più vera di un'altra, può essere più comoda.*”

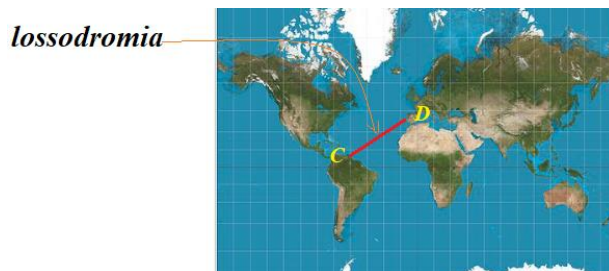
Così la mia risposta è “*viene usata la proiezione cartografica, la più idonea, per risolvere un determinato problema*”.

► Di seguito riporto le mappe della Terra utilizzando rispettivamente le proiezioni *gnomonica*, di *Mercatore* e di *Gall-Peters*:

- proiezione gnomonica



- proiezione di Mercatore



- proiezione di Gall-Peters



La proiezione Gall-Peters rende esattamente le proporzioni relative dei vari continenti, rispettandone le dimensioni effettive e la loro distanza dall'Equatore, con la conseguenza però di falsarne le forme che infatti risultano alterate.

OSSERVAZIONI E NOTE STORICHE

LOSSODRONIA. Deriva dal greco mediante la composizione della parola *loxòs* = *obliquo* e della parola *dromòs* = *corsa*, ovvero *loxodròmos* = *correre obliquamente*. E' detta anche *rombo obliquo* che significa *percorso obliquo* ovvero il percorso che compie una nave seguendo lo stesso *rombo di vento*. Lo scopritore di questa linea fu il matematico e cosmografo portoghese **Pedro Nunes**

(1492-1577), latinizzato *Petrus Nonius*, che nel 1542 riconobbe per primo che la traiettoria di una nave, la quale tagli sotto un angolo acuto costante i meridiani che incontra, è una curva gobba, chiamata successivamente *lossodromia* da Snell Willebrord van Roijen (1580?-1626) latinizzato Snellius (matematico, fisico e astronomo olandese).

DISTANZA. Deriva dalla parola latina *distantia*, derivante, a sua volta, da *distare*. In *matematica*, parlando di distanza tra i punti *A* e *B*, occorre che sia chiaro qual è lo spazio *S* su cui stiamo considerando i punti *A* e *B* e come è stata definita la **distanza**, intesa come funzione che a due punti di *S* associa un numero **reale non negativo**. Sul piano la distanza tra due punti *A* e *B* si dice **distanza euclidea**. Due punti di una retta dividono quella retta in tre parti: un segmento e due semirette; è la lunghezza di quel segmento che ci porge la distanza euclidea e quindi la strada più corta, in cui lo spazio *S* è il piano. Sulla superficie sferica due punti su un circolo massimo lo dividono in due archi non uguali, se i punti non sono diametralmente opposti; è il **minore** dei due archi che esprime la **distanza** tra i due punti: essa, come sappiamo, è detta **distanza sferica**, in cui lo spazio *S* è la superficie sferica, e che in nautica si dice **ortodromia**. Tipi di distanze ne esistono molteplici, per esempio la **distanza urbana** che si suddivide in:

- distanza urbana carrabile,
- distanza urbana pedonale;

sia nell'uno che nell'altro caso, tra due punti della città possono esistere diversi percorsi e, la distanza urbana coincide col percorso minimo.

ORTODROMIA. Gli antichi greci avevano chiaro il concetto di distanza sferica tanto che l'arco di circolo massimo, minore di 180° , l'hanno chiamato **ortodromia** che proviene dall'accostamento delle due parole *ορθοσ-δρομια* che significano rispettivamente **diritto** – **corsa**, avendo ben chiaro il fatto che la circonferenza massima su di una superficie sferica è l'equivalente della retta sul piano, con la differenza che:

1. sul piano si dice distanza tra due punti la misura del segmento avente per estremi i due punti; essa si chiama **distanza euclidea**; si può definire anche come la parte di retta che passa per quei due punti e compresa tra gli stessi; la definizione finisce qui perché dal punto di vista euclideo le parti rimanenti di quella retta sono due semirette che corrono all'infinito in sensi opposti. La cosa certa è che tra le infinite strade, sul piano, che si possono percorrere da uno dei due punti per raggiungere l'altro, il segmento è la strada più corta e quindi è la **distanza** (unica) tra quei due punti;
2. sulla superficie sferica le cose cambiano un poco, infatti un circolo massimo è una curva chiusa e pertanto due suoi punti lo dividono in due archi di misura generalmente diversa (a meno che i due punti non siano diametralmente opposti); è proprio l'arco di misura minore tra i due ad essere la **distanza sferica** (su quella stabilita superficie sferica), che viene appunto chiamata **ortodromia**. Se i due punti sono diametralmente opposti, i due archi sono uguali e quindi entrambi sono la distanza sferica tra quei due punti (in questo caso c'è l'alternativa di percorrenza: trattasi di un caso limite).

► CONCLUSIONE.

Alla luce di quanto esposto mi permetto di auspicare, nel prossimo futuro, di vedere, sulle pareti delle aule scolastiche, la proiezione di Gall-Peres e, soprattutto, che nei programmi di matematica si inserisca la cartografia; sono convinto che sarebbe ben gradita dagli allievi (come palestra di geometria e

di algebra: geometria sferica, sistemi di coordinate, proiezioni cartografiche e loro proprietà geometriche, il tutto preceduto da un po' di storia) a fronte di parti altamente ripetitive come, per dirne una delle tante, le semplificazioni di espressioni algebriche, tanto amate da certi colleghi, in special modo quando sono a "*più piani*".

