

ATTERRAGGIO SULLA LUNA

Il primo allunaggio “morbido” di una navicella con esseri umani a bordo avvenne il 20 luglio 1969, quando Neil Armstrong (comandante della missione Apollo 11) e Buzz Aldrin posero piede sul nostro satellite, mentre Michael Collins, terzo uomo della spedizione, rimaneva in orbita per controllare il modulo di comando della navicella.

La prima progettazione di una stazione spaziale in orbita intorno al nostro pianeta fu opera dello scienziato tedesco Wernher von Braun: da questa stazione sarebbe stato possibile partire nella direzione della Luna.

Così inizia la mia trattazione in cui assumo valori numerici credibili e che espongo al presente.

Per mezzo di missili spinti da energia atomica, si portano su un'orbita distante 1000 chilometri dalla superficie terrestre, gli elementi per costruire una stazione satellitare. Occorre progettare la giusta velocità di questi missili affinché gli elementi su essi caricati giungano sull'orbita scelta; contrariamente tali elementi sarebbero inesorabilmente perduti.

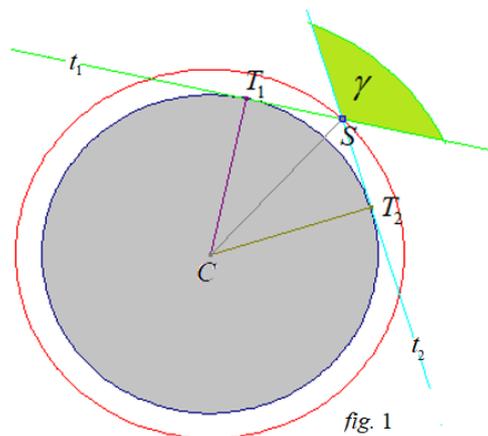
In *fig.1* sono rappresentati la stazione *S* (ormai assemblata) da cui partirà la navicella verso la Luna.

Conduco le rette t_1 e t_2 tangenti alla superficie terrestre rispettivamente nei punti T_1 e T_2 ; così che, la sfera terrestre, dalla stazione, viene vista con una ampiezza angolare γ , facilmente determinabile;

infatti dal triangolo rettangolo ST_1C (il punto C è il centro della Terra), si ha: $\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{CT_1}{CS}$; e,

considerando il raggio medio terrestre uguale a 6379 Km, è:

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{6379}{7379} \approx 0.864480281 \quad \Rightarrow \quad \frac{\gamma}{2} \approx 59^\circ 49' 24'' \quad \Rightarrow \quad \gamma \approx 120^\circ$$



Inizia ora la fase più delicata: la partenza verso la Luna.

L'aeronave, situata sulla stessa orbita circolare della stazione, ha di quest'ultima la stessa velocità; l'operazione di allunaggio è basata sulla variazione della velocità. Occorre aumentare la velocità affinché sia consentito alla navicella di allontanarsi dall'orbita circolare; ed è proprio ciò che avviene in virtù di un sistema di propulsione a reazione di cui la stessa è dotata. Non appena la velocità aumenta l'aeronave percorre orbite ellittiche di cui la Terra è uno dei fuochi (prima legge di Keplero). Il gioco è tutto basato sull'aumento della velocità dell'aeronave: ma è necessario monitorare la velocità in modo tale che un aumento eccessivo trasformi le orbite, da ellittiche, in

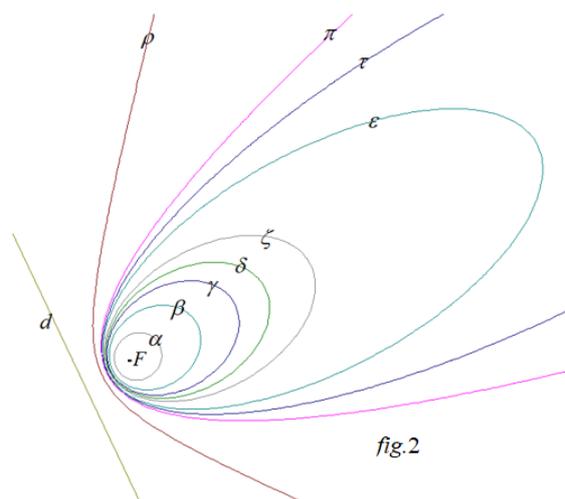
un'orbita parabolica: tale velocità viene chiamata “velocità di fuga: v_f ”, raggiunta la quale, molto malauguratamente, la navicella si perderebbe nel cosmo senza più nessuna possibilità di ritorno.

Mi propongo di determinare v_f .

Allo scopo presento la *fig.2* nella quale appaiono sette ellissi, la parabola ed un ramo di una iperbole appartenenti allo stesso fascio di coniche di fuoco F e direttrice d ; come è noto:

- le ellissi hanno eccentricità non negativa e minore di 1: $0 \leq e < 1$ (caso particolare per $e = 0$, in cui l'ellisse è una circonferenza: i fuochi coincidono col centro della circonferenza),
- le parabole hanno eccentricità unitaria: $e = 1$,
- le iperboli hanno eccentricità maggiore di uno: $e > 1$.

Dalla figura emerge, man mano che l'eccentricità delle ellissi tende a 1, che la loro forma si allarga ma, soprattutto si allunga, tale che la seconda direttrice ed il secondo fuoco tendono all'infinito; quando questi due parametri sono all'infinito si ha la parabola; non appena l'eccentricità supera l'unità si avranno coniche del tipo iperboli.



$$e_\alpha = 0.4; e_\beta = 0.6; e_\gamma = 0.7; e_\delta = 0.75; e_\zeta = 0.8; e_\epsilon = 0.9; e_\tau = 0.95; e_\pi = 1; e_\rho = 1.5$$

Attenzione, perché quando l'astronave raggiungesse la traiettoria parabolica, si allontanerebbe definitivamente dalla Terra: è quindi proprio questa velocità, detta di fuga, che non deve essere assolutamente raggiunta.

Necessita ricordare la definizione di una conica: è il luogo dei punti P, appartenenti al piano, tale che le loro distanze da un fuoco e dalla corrispondente direttrice siano in rapporto costante uguale all'eccentricità.

NOTA. Se un fuoco e la corrispondente direttrice sono all'infinito la conica è una parabola; se i fuochi coincidono e le direttrici sono all'infinito la conica è una circonferenza)

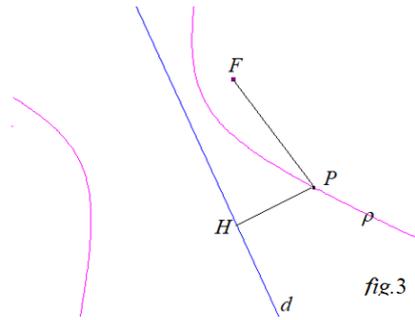


fig.3

Per definizione deve essere $\frac{PF}{PH} = e$, relazione che vale per tutte le coniche; in fig.3, visto che trattasi di una iperbole, è $e > 1$.

Ora considero una parabola per cui è

$$\frac{PF}{PH} = 1, \quad (*)$$

e riprendendo la fig.1, la trasformo opportunamente:

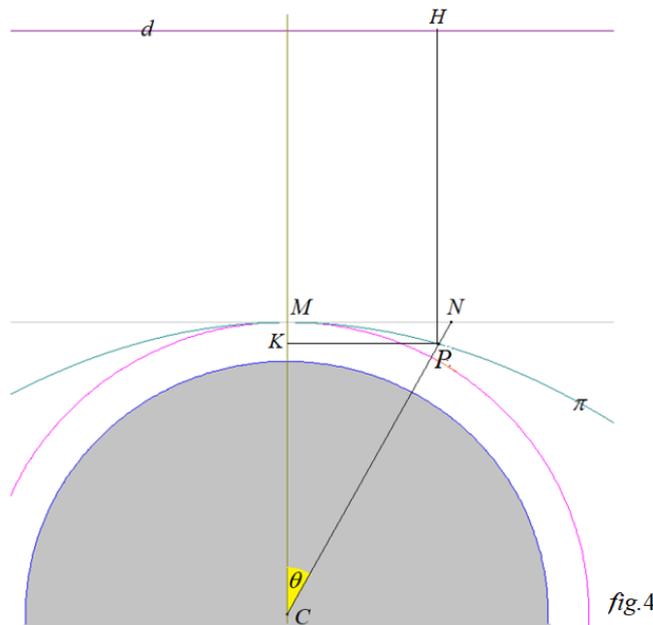


fig.4

indicati con:

- p (parametro della parabola) la distanza del fuoco C dalla direttrice d ,
- ρ (coordinata radiale: raggio) la distanza di P dal fuoco: $\rho = CP$,
- θ (coordinata angolare: anomalia)

è: $CK = \rho \cdot \cos \theta \Rightarrow PH = p - \rho \cdot \cos \theta$.

Dall'equazione (*), è: $\frac{PC}{PH} = 1 \Rightarrow \frac{\rho}{p - \rho \cdot \cos \theta} = 1 \Rightarrow \rho = \frac{p}{1 + \cos \theta}$ la quale è

l'equazione della parabola in coordinate polari.

Ora assegno un valore numerico all'angolo θ , per esempio $\theta = 15^\circ$:

$$CP = \rho = \frac{2 \cdot 7379}{1 + \cos 15^\circ} \cong \frac{14758}{1.96593} \cong 7507 \text{ Km.}$$

Determino l'accelerazione di gravità a quota 1000 Km:

dall'equazione $g(h) = g \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{h}{R}\right)$ si ottiene $g(1000) = 9.81 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{1000}{6379}\right) \cong 6.73 \frac{m}{s^2}$.

Dal triangolo NMC , è

- $MN = CM \cdot \tan \theta = 7379 \cdot \tan 15^\circ \cong 1977 \text{ Km}$
- $CN = CM \cdot \sec \theta = 7379 \cdot \sec 15^\circ \cong 7639 \text{ Km}$

L'arco parabolico MP , supposto rettilineo, percorso dalla navicella può essere considerato la risultante dei percorsi MN e NP ; quest'ultimo può essere considerato come il tratto in libera caduta (direzione filo a piombo) della navicella per cui l'intervallo di tempo corrispondente è lo stesso che la navicella impiega a percorrere l'arco MP .

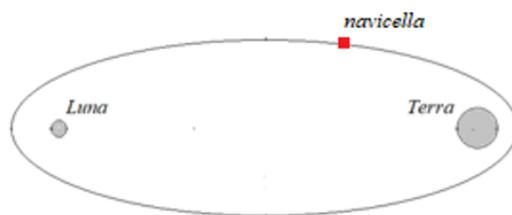
Essendo $NP = CN - CP = (7639 - 7507) \text{ km} = 132 \text{ Km} = 132000 \text{ m}$, l'intervallo di tempo necessario a percorrerlo è:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g(h)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 132000}{6.73}} \text{ s} \cong 198 \text{ s},$$

pertanto la velocità della navicella deve essere inferiore alla velocità di fuga:

$$v_f = \frac{1977 \text{ Km}}{198 \text{ s}} \cong 10 \frac{\text{Km}}{\text{s}}.$$

Pertanto la navicella deve aumentare la velocità che ha sull'orbita circolare della stazione S , mantenendo la stessa leggermente minore della velocità di fuga, ma tale da compiere un'orbita ellittica che comprenda al suo interno la Luna. Non mi addentro di più nel problema, ma credo di poter rappresentare l'orbita ellittica della navetta, in cui i centri della Terra e della Luna sono i fuochi dell'ellisse:



► Quando si raccontano in classe, agli allievi, queste imprese, in generale vengono spiegati solamente gli elementi tecnici ma, non certamente, le fatiche, le immense difficoltà, nonché i pericoli a cui devono sottostare gli astronauti e, in precedenza, i “montatori” della stazione S . Certamente la stazione non si è assemblata da sola, è necessario inviare una squadra di uomini ben addestrati e consapevoli dei rischi a cui vanno incontro. Così viene inviata una aeronave, con a bordo i montatori, che attraversata l'atmosfera, entra nello spazio cosmico, fino a posizionarsi nell'orbita progettata e operare in essa fino al raggiungimento di tutti gli elementi da assemblare.

Sembra ora tutto facile: gli uomini sono lì e possono cominciare la fase di montaggio. ma non è proprio così facile come sembra.

Il lavoro è opprimente, i tecnici devono lavorare al di fuori dell'aeronave, indossando tute protettive con particolari scarpe magnetiche e adeguati occhiali per non essere accecati dalla luce del Sole. Ma, soprattutto è la grande sfera terrestre che, occupando una grande parte del cielo, li opprime non poco e che si alterna da luminosa a buia a seconda della posizione del Sole e ciò contribuisce ad aumentare l'ansia degli uomini. Terminato l'immane operazione di assemblaggio dopo che la stazione ha iniziato ad essere operante, l'aeronave poteva fare ritorno sulla Terra e tale stazione diventa la base di partenza degli astronauti verso la Luna.