ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO NAUTICO anno 2008
Indirizzo Capitani
Quesito C del tema di navigazione

Per il giorno 2 agosto 2008, il candidato determini:
- la distanza angolare tra le stelle Antares e Deneb;
- l'intervallo medio compreso fra i passaggi delle due stelle al meridiano superiore;
- le altezze e gli azimut dei due astri per un osservatore situato in $\varphi = 44°05'$ N, quando dal passaggio al meridiano di Antares, sarà trascorso un intervallo di tempo medio di $1^h\ 26^m\ 32^s$.

SOLUZIONE (di mortola carlo)

Premettiamo quel minimo di teoria sui tempi necessaria alla soluzione del problema.

Pur essendo impossibile dare una definizione di tempo, molti fenomeni astronomici periodici (moto apparente diurno degli astri , moto del Sole fra le stelle, moto della Luna ecc.) consentono di **misurare** il tempo: basta contare quante volte si è riprodotto il fenomeno considerato dall'origine dei tempi assunta convenzionalmente (per i popoli cristiani è la nascita di Cristo).
La variazione dell'*angolo orario* ***t*** di un astro qualunque può servire per misurare il tempo, e per questo è chiamato *tempo dell'astro*.
Perciò si hanno tanti tempi per quanti sono gli astri; e l'unità di misura del tempo può essere il **giorno** di un qualunque astro.
Definiamo giorno di un astro l'intervallo di tempo che trascorre fra due passaggi consecutivi dell'astro considerato allo stesso meridiano.
Riportiamo in una tabella i nomi del giorno corrispondenti agli astri considerati

ASTRO	GIORNO	SIMBOLO
Sole vero	vero	t_v
Sole medio	medio	t_m
Punto vernale	siderale	t_s
Luna	lunare	$t_{☾}$
pianeta	planetario	$t_{\bullet}$

Se la durata di tali giorni dipendesse esclusivamente dalla rotazione della Terra, essi sarebbero tra loro tutti uguali; invece sono differenti l'uno dall'altro per il movimento che ciascun astro ha sulla sfera celeste, movimenti che generano variazione nell'ascensione retta.
Poiché il moto in ascensione retta delle stelle è molto piccolo e tanto più regolare quanto più la stella è vicina all'equatore celeste, per la misura del tempo si sarebbe potuto scegliere la stella con declinazione più prossima allo zero; è stato scelto invece il punto γ, detto punto vernale o primo punto di primavera (infatti la traduzione latina di primavera è ver)), come se fosse una stella

posizionata costantemente sull'equatore. Pertanto in astronomia l'unità fondamentale di misura del tempo è il giorno siderale, e il tempo siderale t_s è l'angolo orario del punto γ.

Definizione di anno tropico: è l'intervallo di tempo che trascorre tra due passaggi consecutivi del Sole al punto vernale γ; esso e di 366.2422 giorni siderali.

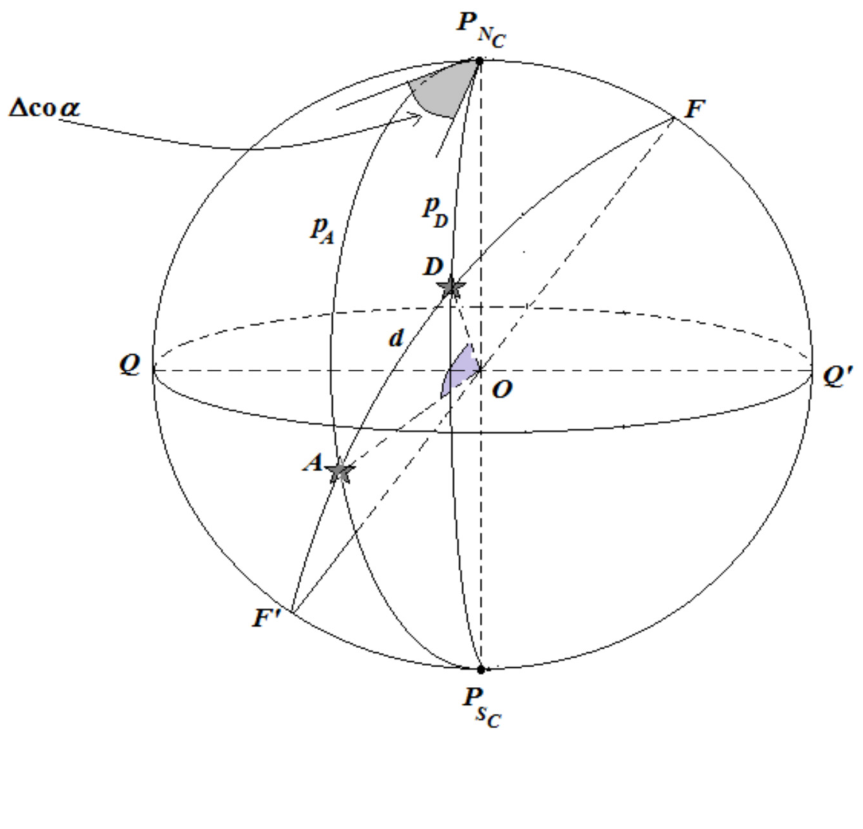
Poiché il Sole si sposta verso EST rispetto alle stelle di circa 1° ogni giorno e cioè di 360° in un anno, il Sole , in un anno, passa al meridiano una volta di meno del punto γ; consegue che l'anno tropico espresso in giorni solari è uno di meno dei giorni siderali, ossia è:

366.2422 giorni siderali = 365.2422 giorni solari

1. CALCOLO DELLA DISTANZA ANGOLARE

Dalle effemeridi nautiche del 2008 ricaviamo:

Antares ($co\alpha_A$ = 112°30'.6 ; δ_A = 26°27'.2 S)
Deneb ($co\alpha_D$ = 49°33'.6 ; δ_D = 45°18'.7 N)

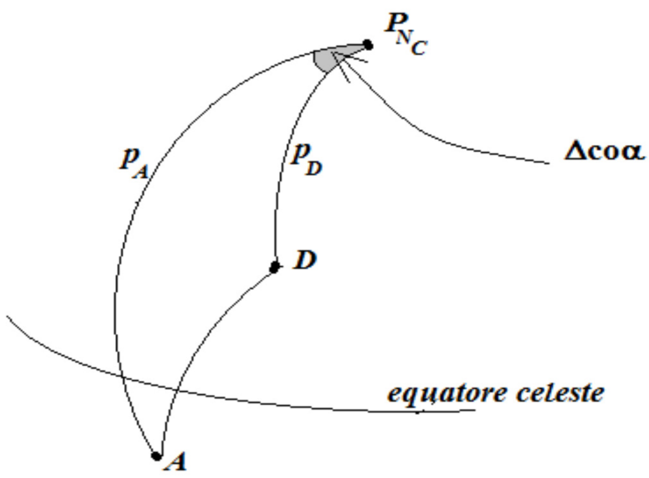


Nella figura scenografica della sfera celeste abbiamo posizionato i due astri:

- Antares, indicato con la lettera *A*, nell'emisfero *SUD*;
- Deneb,indicato con la lettera *D*, nell'emisfero *NORD*.

Dobbiamo determinare la distanza angolare arco(AD) = d = $A\hat{O}D$.
Pertanto dobbiamo risolvere il triangolo sferico $AP_{NC}D$; in esso conosciamo due lati e l'angolo tra essi compreso e quindi usiamo il teorema di Eulero (relazione che lega i tre lati del triangolo sferico con un angolo)

OSSERVAZIONE. $AP_{NC}D$ è un triangolo sferico perché è formato da tre archi di circolo massimo: $P_{NC}A$ e $P_{NC}D$ (archi di meridiano celeste) sono rispettivamente le distanze polari p_A di Antares e p_D di Deneb; AD, essendo la distanza sferica dei due astri, è l'arco, minore di 180°, di circolo massimo avente per estremi le due stelle.
Riportiamo, in particolare, il triangolo sferico



al quale applichiamo il teorema di Eulero:

$$\mathbf{cos}\,d = \mathbf{cos}\,p_A\ \mathbf{cos}\,p_D + \mathbf{sin}\,p_A\ \mathbf{sin}\,p_D\ \mathbf{cos}(\Delta co\alpha)$$

ovvero

$$\mathbf{cos}\,d = \underbrace{\mathbf{sin}\,\delta_A\ \mathbf{sin}\,\delta_D}_{\mathbf{M}} + \underbrace{\mathbf{cos}\,\delta_A\ \mathbf{cos}\,\delta_D\ \mathbf{cos}(\Delta co\alpha)}_{\mathbf{N}}$$

dove:

- **M** è positivo se δ_A e δ_D sono omonime,
- **M** è negativo se δ_A e δ_D sono eteronime,
- **N** è positivo se $\Delta co\alpha < 90°$,
- **N** è negativo se $\Delta co\alpha > 90°$.

Nel nostro caso sono:

- M<0 perché le declinazioni dei due astri hanno suffisso diverso,
- N>0 perché $\Delta co\alpha$ = 112°30'.6 – 49°33'.6 = 62°57' < 90°.

$\mathbf{cos}\,d = -\,(\mathbf{sin}\ 26°27'.2\ \mathbf{sin}\ 45°18'.7\,) + \mathbf{cos}\ 26°27'.2\ \mathbf{cos}\ 45°18'.7\ \mathbf{cos}\ 62°57' =$

$= -\,0.030372748 \qquad \Longrightarrow \qquad d = 91°44'.8 = A\hat{O}D\,.$

2. CALCOLO DELL'INTERVALLO <u>MEDIO</u> COMPRESO FRA I PASSAGGI DELLE DUE STELE AL MERIDIANO SUPERIORE

Ricordiamo la relazione

$$t_{*1} - t_{*2} = co\alpha_1 - co\alpha_2\,;$$

da cui

$$t_A - t_D = \underbrace{62°\ 57'}_{\substack{\Delta t_*\ \text{espresso}\\ \text{in gradi, primi}\\ \text{e secondi}}} = \underbrace{4^h\,11^m\,48^s}_{\substack{\Delta t_*\ \text{espresso}\\ \text{in ore, minutii}\\ \text{e secondi}}}:$$

Dalla relazione:

(INTERVALLO DI TEMPO MEDIO) = 0.997269566 · (INTERVALLO DI TEMPO STELLA),

nella quale è $0.997269566 = \dfrac{365.2422}{366.2422}$,

abbiamo

$$\Delta t_m = 0.997269566 \cdot (4^h\,11^m\,48^s) = 4^h\,11^m\,06^s.$$

3. CALCOLO DELLE ALTEZZE E DEGLI AZIMUT

Dopo l'intervallo di tempo medio di $1^h\,26^m\,32^s$ dal passaggio di Antares al meridiano superiore dell'ossevatore, l'angolo orario di Antares è espresso in ore, minuti e secondi da

$$t_A = \frac{1^h 26^m 32^s}{0.997269566} = 1^h\,26^m\,46^s.2,$$

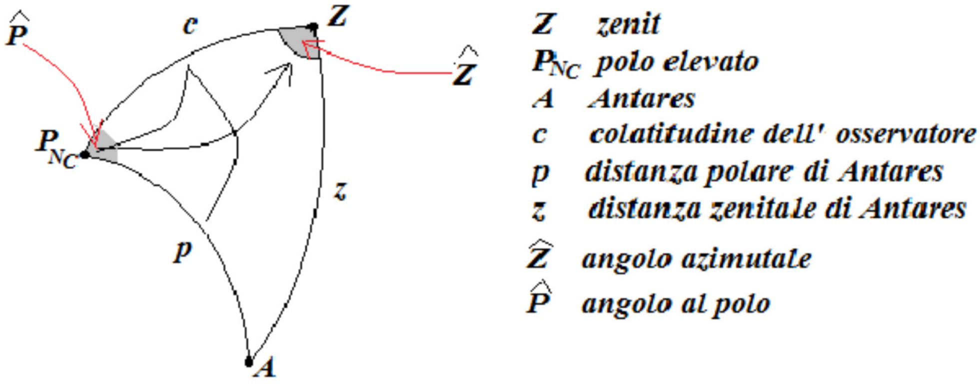
che trasformato in gradi sessgesimali è:

$$t_A = 21°\ 41'\ 33'',$$

ed essendo $t_A < 180°$, è:

$$\hat{P}_W = 21°\ 41'\ 33''.$$

Sono richieste altezza h e azimut a di Antares, allora consideriamo il triangolo sferico di posizione:



e calcoliamo:

► l'angolo azimutale $\hat{Z}$ mediante il teorema delle cotangenti (relazione che lega 4 elementi consecutivi del triangolo sferico):

$$\cot p \cdot \sin c = \cos c \cdot \cos \hat{P} + \sin \hat{P} \cdot \cot \hat{Z}$$

$$\tan \delta \cdot \cos \varphi = \sin \varphi \cdot \cos \hat{P} + \sin \hat{P} \cdot \cot \hat{Z}$$

$$\tan \hat{Z} = \frac{\sin \hat{P}}{\tan \delta \cdot \cos \varphi - \sin \varphi \cdot \cos \hat{P}}$$

sostituendo i dati, tenendo conto dei segni ($\cot p < 0$ ==> $\tan \delta < 0$), otteniamo:

$$\tan \hat{Z} = -0.368207509;$$

la calcolatrice tascabile ci porge

$$\hat{Z} = -20° \, 12' \, 50''.71$$

a cui addizioniamo 180° (periodo della tangente) e otteniamo

$$\hat{Z} = 159° \, 47' \, 09''.29$$

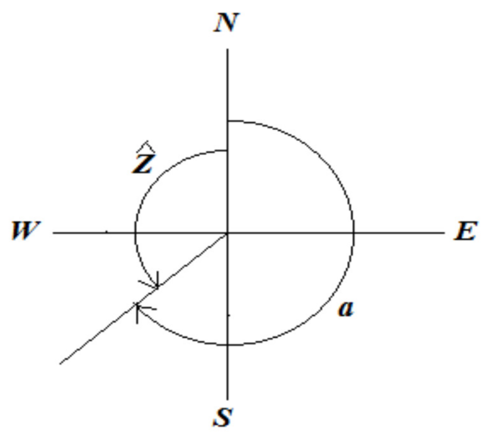
e tenendo conto che l'angolo azimutale ha:

_ primo nome (prefisso) quello della latitudine dell'osservatore,
_ secondo nome (suffisso) quello dell'angolo al polo,

abbiamo

$$\hat{Z} = \text{N } 159° \, 47' \, 09''.29 \text{ W};$$

dalla seguente figura



determiniamo l'azimut

$$a = 360 - \hat{Z} = 200° \ 12' \ 51'';$$

► l'altezza mediante il teorema di Eulero

$$\sin h = \underbrace{\sin\varphi\cdot\sin\delta}_{(-)} + \underbrace{\cos\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos\hat{P}}_{(+)}$$

da cui otteniamo

$$h = 16° \ 43' \ 04''.$$

Per deterrminmare le coordinate altazimutali di Deneb usiamo la stessa relazione del punto **2.**

$$t_A - t_D = co\alpha_A - co\alpha_D$$

da cui

$$t_D = t_A - \Delta co\alpha = - \ 41° \ 15' \ 27'' =$$

$$= - \ 41° \ 15' \ 27'' + 360° = 318° \ 44' \ 33'';$$

essendo $t_D > 180°$, è

$$\hat{P} = (360° - 318° \ 44' \ 33'') \ E = 41° \ 15' \ 27'' \ E$$

e, con procedimento analogo a quello usato per Antares, determiniamo.

$$h_D = 60° \ 58' \ 12''$$

$$a_D = 72° \ 52' \ 30''.$$

COMMENTO
Il problema è piuttosto significativo perché tratta argomenti riguardanti :

- l'astronomia generale e sferica;
- l'astronomia nautica.

Inoltre può essere interessante argomentare sul concetto di "**distanza**";
nel problema è richiesta la distanza angolare tra due stelle che non è certamente la distanza che banalmente si considera nell'uso comune come un percorso tra un punto e un altro su una stabilita superficie, per esempio si parla di **distanza**:

- **lineare** od euclidea, sul piano,
- **urbana** in una città,
- **geoidica** sulla superficie terrestre,
- ecc...

Sulla superficie terrestre, considerata perfettamente sferica, ad una distanza angolare corrisponde una distanza sulla superficie della sfera che è un arco di circolo massimo, minore di 180° (in marina si usa il miglio marino per misurarla).
Una nave che vuole percorrere il cammino più breve deve percorrere teoricamente un arco di circolo massimo minore di 180° (si parla allora di navigazione ortodromica).
Supponiamo, per ipotesi, che:

- la Terra sia perfettamente sferica,
- lo specchio acqueo ove naviga la nave sia perfettamente calmo e privo di correnti,
- vi sia assenza di venti,
- l'apparato propulsivo sia formato da due eliche simmetriche rispetto al piano diametrale, di cui una destrorsa e l'altra sinistrorsa per annullare l'effetto pale,
- lo scafo sia trasversalmente dritto (non sia sbandato da nessuno dei due lati),
- non esista l'accelerazione complementare o di Coriolis,

allora in queste ipotesi la nave avanza per circolo massimo e quindi naviga <u>teoricamente</u> perfettamente per ortodromia.

E' impensabile invece considerare la distanza espressa in miglia sulla sfera celeste perché la sfera celeste è una sfera immaginaria e quindi di raggio arbitrario, sulla quale pensiamo essere disseminati tutti gli astri che vediamo ad occhio nudo, anche se da noi hanno le più diversificate distanze (per così dire in linea d'aria).